

Задача 1. Найти производные $y' = \frac{dy}{dx}$ заданных функций

№	Функции
1	а) $y = \sqrt[3]{2e^{3x} - 2^{\frac{x}{2}} + 4} + \ln^6 4x$; б) $xy = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$; в) $y = (xe^x)^{x^2}$.
2	а) $y = \sqrt{\ln x + 1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$; б) $\ln x + e^{-\frac{y}{x}} = xy$; в) $y = (1 + \log_4 x)^{x^2}$.
3	а) $y = \sqrt{x^2 + 1} - \ln\left(\frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x}\right)$; б) $x^{y+1} = y^{x+1}$; в) $y = (\sqrt[3]{x} - 1)^{x+1}$.
4	а) $y = \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2}$; б) $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 10 = 0$; в) $y = (1 + x^2)^{\sqrt{x}+1}$.
5	а) $y = \frac{\sqrt{2}}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{6} \ln \frac{x+1}{x-1}$; б) $x^4 - xy + y^4 = e^x$; в) $y = (1 + 5^{x^2})^x$.
6	а) $y = \frac{1}{2} \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \frac{\cos x}{\sin^2 x}$; б) $\operatorname{arctg}(x+y) + x^2 y = e^y$; в) $y = (\lg x)^{\sin x}$.
7	а) $y = \ln \frac{\sqrt{x^2 + a^2} + x}{\sqrt{x^2 + a^2} - x}$; б) $\operatorname{tgy} = xy + \ln xy$; в) $y = (\sin \sqrt{x})^{\frac{1}{x^2}}$.
8	а) $y = \sqrt{xe^{x^2-1} + x^3}$; б) $\cos^2(x+y) + e^{xy} = x$; в) $y = (x^2 + 4)^{x^2}$.
9	а) $y = \frac{3}{4} \ln \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} + \frac{1}{4} \ln \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} 3x$; б) $y^3 = \frac{x-y}{x+y}$; в) $y = (1 + e^{x^2})^{\ln x}$.
10	а) $y = -\frac{1}{2 \sin^2 x} + \ln \operatorname{tg} 3x$; б) $y^2 = xy + \ln \frac{y}{x}$; в) $y = (1 - x^2)^{\operatorname{ctg} x}$.

Задача 2. Используя правила Лопиталья, вычислить представленные пределы

№	Пределы
1	а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x + \sin 2x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln \sin x}{(2x - \pi)^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2)^{1/\ln 3x}$.
2	а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos mx - \cos nx}{x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 2^x}{\operatorname{actg} 2x - 3x}$; в) $\lim_{x \rightarrow +0} x^{3/(4 + \ln x)}$.
3	а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$; в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{10} e^{-3x})$.
4	а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 3x - 1}{\sin^2 5x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 81} \frac{3 - \sqrt[4]{x}}{9 - \sqrt{x}}$; в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\pi/2 - x) \operatorname{tg} x$.
5	а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \operatorname{tg} x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x-1} - 3}{x - 10}$; в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^{1/x}$.
6	а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$; в) $\lim_{x \rightarrow +0} \left(\ln \frac{1}{x}\right)^x$.

№	Пределы		
7	а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x(\sqrt{1+x} - 1)}$;	б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9 - 2x^2)}{\sin 2\pi x}$;	в) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2} \right)^{\sin(x-1)}$.
8	а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(1-x)}{\sqrt{x} - 1}$;	б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\operatorname{actg} 5x}$;	в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x^2 + 3} \right)^{x^2 - 3}$.
9	а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - a^x}{x^2}$ ($a > 0$);	б) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\ln \operatorname{tg} x}$;	в) $\lim_{x \rightarrow +0} x^{\sin x}$.
10	а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$;	б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - a^{\sin x}}{x^3}$;	в) $\lim_{x \rightarrow 1+0} \left(\frac{1}{x-1} \right)^{\ln(2-x)}$.