ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД К ЗАДАЧЕ ГЕОЛОГОРАЗВЕДКИ

© Любимова У.А.♣, Скепко О.А.♦

Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», г. Санкт-Петербург

В вузовском курсе теории вероятностей изучается формула полной вероятности [1], а также связанная с ней формула Байеса, применяемая для вычисления апостериорных (послеопытных) вероятностей. Практический интерес представляет следующая задача: для поиска нефти на заданной территории организовано N геологоразведочных партий, каждая из которых независимо от других обнаруживает залежь с вероятностью p. После анализа и обработки сейсмографических записей вся территория была поделена на два района. В первом районе нефть может залегать с вероятностью p_1, а во втором – с вероятностью $1 - p_1$. Последняя фраза означает, что месторождение одно и в двух районах находиться не может. Как следует распределить N геологоразведочных партий по двум районам, чтобы вероятность обнаружения нефти была максимальной?

Решение: Пусть событие A – хотя бы одна из геологических партий обнаружила нефть. Найдем вероятность этого события, учитывая равенство $P(A)+P(\overline{A})=1$. Вероятность события A можно найти как вероятность суммы двух несовместных событий: *1* событие – нефть нашли на первом участке и не нашли на втором. Вероятность этого события $p_1(1 - p)^{m}$, где m – число геологоразведочных партий, посланных в первый район. *2* событие – нефть нашли на втором участке и не нашли на первом. Вероятность этого события равна $(1 - p_1)(1 - p)^{n-m}$. Таким образом интересующая нас вероятность $P(A)=1-p_1\cdot(1-p)^m-(1-p_1)\cdot(1-p)^{n-m}$. Теперь рассмотрим функцию $f(x) = {}$ $=1-p_1\cdot(1-p)^x-(1-p_1)\cdot(1-p)^{n-x}$ и найдем ее максимум при $x \in [0, n]$.

Для этого вычислим производную и ее корень.

$$f'(x)=-p_1\cdot(1-p)^x\cdot ln(1-p)+(1-p_1)\cdot(1-p)^{n-x}\cdot ln(1-p)=0$$

Вынесем $\ln(1 - p)$ за скобки. Получим:

$$ln(1-p)\cdot(-p_1\cdot(1-p)^x+(1-p_1)\cdot(1-p)^{n-x})=0$$

♣ Кафедра Разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений. Научный руководитель: Скепко О.А., доцент кафедры Высшей математики, кандидат физико-математических наук.

♦ Доцент кафедры Высшей математики, кандидат физико-математических наук.

Логарифм ln(1 – *p*) никогда не равен нулю, значит:

$$p_1 \cdot (1-p)^x = \frac{(1-p_1)\cdot(1-p)^n}{(1-p)^x}$$

$$ln(1-p)^{2x} = ln\frac{(1-p_1)\cdot(1-p)^n}{p_1}$$

$$2x \cdot ln(1-p) = ln(1-p_1) + n \cdot ln(1-p) - ln(p_1)$$

$$x = \frac{n}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{ln(1-p)} ln\frac{(1-p_1)}{p_1}$$

Таким образом, мы получили, что число партий, которое нужно послать в первый район, – $m = [x]$ (целая часть числа). Например, пусть $p = 0{,}8$, $p_1 = 0{,}65$, $n = 7$. Тогда $x = 3{,}692$, $m = 4$. Значит, на первый участок нужно послать *4* геологоразведочные партии, а на второй – *3*, чтобы вероятность обнаружения нефти была максимальной.

Список литературы:

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – 4-е изд., стереотип. – М.: Наука; Физматгиз, 1969. – 54 с.