**Задача №3**

Задача из раздела "Нелинейное программирование"

*Постановка задачи.* Предприятие производит продукцию по двум технологическим способам производства. Для производства продукции используется сырье двух видов, объемы которых у предприятия составляют b1 и b2 ед.

Оптовая цена единицы продукции по 1-му и 2-му способам производства составляют соответственно P1 и Р2 денежных единиц.

Себестоимость производства по 1-му и 2-му способам определяется выражениями *cj= cj’ + cj’’хj*, *j*= 1, 2.

Нормы расхода ресурсов, затрачиваемых на производство единицы продукции по каждому технологическому способу, равны *aij.*

Необходимо построить математическую модель задачи и определить, сколько продукции нужно производить по каждому из технологических способов, чтобы получить максимум прибыли.

Исходные данные для решения задачи представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № задачи | b1 | b2 | P1 | P2 | *c1’* | *c1’’* | *c2’* | *c2’’* | *a11* | *a12* | *a21* | *a22* |
| 3 | 167 | 200 | 54 | 66 | 1,2 | 0,3 | 1,5 | 0,3 | 4 | 4 | 7 | 8 |

Решение

*Переменные задачи*

В задаче требуется определить оптимальное число изделий каждого вида по каждому из технологических способов, обеспечивающее максимальную прибыль от их реализации, а значит, переменными задачи являются количество каждого вида изделий:

 x1 – количество изделий вида 1;

 x2 – количество изделий вида 2.

*Целевая функция*

Критерием эффективности служит параметр прибыли, который должен стремиться к максимуму. Чтобы рассчитать величину прибыли от реализации изделий, необходимо знать:

 • выпускаемое количество изделий каждого вида, т.е. x 1и x2 ;

• прибыль от их реализации, прибыль 1 = х1\*(оптовая цена1 – себестоимость1), прибыль 2 = х2\*(оптовая цена2 – себестоимость2).

Запишем Целевую Функцию в виде суммы прибыли от продажи каждого из видов изделий:

Z(x) = (x1\*(54-(1,2+0,3\*x1))+x2\*(66-(1,5+0,3\*x2))) → max

*Ограничения*

 Возможное оптимальное количество изделий каждого вида x1 и x2 ограничивается следующими условиями:

• Заданными ресурсами - 1,2, которые используются на выпуск каждого вида изделия, не могут превышать общего запаса ресурсов;

• количество каждого вида изделия не может быть отрицательным.

Запишем эти ограничения в математической форме:

 по расходу ресурса 1: 4x1 + 4x2 ≤ 167 ,

 по расходу ресурса 2: 7x1 + 8x2 ≤ 200 .

Не отрицательность количества выпускаемых костюмов задаётся так:

x1≥0

x2≥0.

Таким образом, математическая модель этой задачи имеет вид

Z(x)=(x1\*(54-(1,2+0,3\*x1))+x2\*(66-(1,5+0,3\*x2))) → max

$$\left\{\begin{array}{c}4x1 + 4x2 \leq 167 \\7x1 + 8x2 \leq 200\\x1\geq 0\\x2\geq 0\end{array}\right.$$

Для решения рассмотренной задачи в среде Excel заполним ячейки исходными данными (в виде таблицы):



В ячейки B3:С5 занесем формулы, отражающие слагаемые ограничений в левых частях и в целевой функции, содержащие переменные x1 и x2.

Для изменяемых переменных, т.е. переменных х1 и х2, которые необходимо определить, отведены ячейки B6 и C6.

В ячейки D3:D4 занесем запасы ресурсов.

Формулы, вводимые в ячейки таблицы, представлены ниже

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B | C | D | E |
| 3 | =4\*B6 | =4\*C6 |  | =СУММ(B3;C3) |
| 4 | =7\*B6 | =8\*C6 |  | =СУММ(B4;C4) |

В ячейках Е3:Е4 представлены формулы для подсчета расхода ресурсов на производство продукции в объемах x 1 и x2.



Так как на производство продукции первого вида в объеме х1 расходуется первого ресурса =4\*B6,а на производство продукции второго вида в объеме х2 расходуется того же ресурса =4\*C6 и эти величины находятся в ячейках B3 и C3, то суммарный расход первого ресурса занесен в ячейку Е3, что отражено формулой =B3+C3.

Аналогично занесены формулы в ячейку Е4.

В ячейку В5 внесем формулу =В6\*(54-(1,2+0,3\*В6)), в ячейку С5 = С6\*(66-(1,5+0,3\*С6)).

В ячейку Е5 занесем суммарную прибыль от производства продукции (целевая функция).



 Вызовем средство Поиск решения: Надстройка  Поиск решений поставляется вместе с Excel, но по умолчанию отключена. Чтобы включить его, переходим по вкладке *Файл* в группу *Параметры*. В появившемся диалоговом окне *Параметры*, выбираем *Надстройки* -> *Управление*: *Надстройки Excel -> Перейти*. В окне *Надстройки* устанавливаем галочку напротив поля *Поиск решения*, жмем ОК. Теперь во вкладке *Данные* появилась новая группа Анализ с кнопкой *Поиск решения*. Откроем диалоговое окно.



 Установим следующие значения параметров:



В данной задаче объемы производства измеряются в целых единицах, поэтому необходимо ввести требование целочисленности. Для этого нажимаем кнопку Параметры и в диалоговом окне Параметры поиска решения устанавливаем флажки Неотрицательные значения, Автоматическое масштабирование, сопряженных градиентов (выбранный метод поиска) как это указано ниже:



Щелчком левой кнопкой мыши по ОК, возвратитесь в диалоговое окно *Поиск решения*. В этом окне, щелкнув кнопкой мыши по команде *Выполнить*, получим оптимальное решение задачи:



В ячейках В6 и С6 представлены искомые объемы производства продукции х1 = 8 и х2 = 18. Суммарная максимальная прибыль равная 1467 и представлена в ячейке Е5. В ячейках Е3:Е4 находится информация о суммарном расходе ресурсов при производстве оптимального количества продукции. В ячейках В3:В4 и С3:С4 находится информация о расходе ресурсов, затрачиваемых на производство продукции первого и второго вида соответственно.

**Задача №13**

Задача из раздела "Модели управления запасами"

Постановка задачи. Склад оптовой торговли отпускает N видов товаров(N=3,4,5). Известны потребности *Vi*, затраты на оформление заказа *Ki*, затраты на хранение *Si*, расход складской площади на единицу товара *fi* (j=1,2,…10), а также величина складской площади торгового зала F.

Требуется определить оптимальные партии поставок товаров при ограничении на размер используемых складских площадей.

Таблица 2 – Исходные данные

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № задачи | Площадь F | Параметры | Виды товаров |
| 1 | 2 | 3 |
| 13 | 500 | *V3* | 400 | 600 | 800 |
| *K3* | 10 | 12 | 11 |
| *S3* | 16 | 8 | 8 |
| *f3* | 4 | 3 | 5 |

Решение

1. Раздельная оптимизация без ограничений на складские площади

На листе Ecxel создаем таблицу с исходными и нужными для расчетов данными:



Найдем оптимальные размеры поставок qi0 при отсутствии ограничений по формуле Уилсона:

qi0 = $\sqrt{\frac{2KiVi}{Si}}$ .

Для этого в ячейку F5 введем формулу =КОРЕНЬ((2\*C5\*B5)/D5) и копируем ее в ячейки F6, F7.

Аналогично рассчитываем и другие показатели:

Для ячейки G5 =(C5\*B5)/F5.

Для ячейки H5 =D5\*F5.

Для ячейки I5 =E5\*F5.

Рассчитаем суммарные расходы при данном плане поставок в ячейке B9:

L = $\sum\_{i=1}^{n}(\frac{Ki\*Vi}{qio}+\frac{1}{2}Siq0)$

В итоге получим таблицу с расчетами:



Найдем с помощью функции =СУММ в ячейках G8, H8, I8 суммы данных значений.

2. Раздельная оптимизация с ограничениями на складские площади

Так как ограничение накладывается на максимальный уровень запаса, то h=1. Проверим существенность ограничения на складские площади (F=500). Для этого сравним необходимое количество складских площадей с имеющимся.

h$\sum\_{i=1}^{3}fiqi0$ =451,2427



Так как полученное значение меньше исходного, то ограничение является несущественным.

Для нахождения скорректированных значений составим оптимизационную модель.

Цель – минимизировать суммарные расходы.

L = $\sum\_{i=1}^{n}(\frac{Ki\*Vi}{qio}+\frac{1}{2}Siq0)$ → min

Ограничение вводится на величину складских площадей:

h$\sum\_{i=1}^{n}fiqi$ ≤ F

Получили задачу нелинейной оптимизации, которую можно решить средствами Ecxel.

Для расчетов строим таблицу 2. ( Копируем таблицу 1 ниже и ставим значения в столбце q равные 1 для того, чтобы начальные значения удовлетворяли области ограничений).

Столбцом значений будет столбец q\*. Значение целевой функции находится в ячейке L. Правая часть ограничения записывается в отдельную ячейку. В программе «поиск решения» задаем параметры – «нелинейная модель», «неотрицательные значения».



В итоге получаем таблицу:



Следовательно ограничение является не существенным, а оптимальные партии поставок товаров найдены в столбце qi0.

**Задача №23**

Задача из раздела "Модель межотраслевого баланса"

Даны коэффициенты прямых затрат *aij* и конечный продукт *yi*.

Таблица 3 – Исходные данные

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Отрасли** | машино-строение | приборо-строение | радио-электроника | прочиеотрасли | конечная продукция |
| машиностроение | 0,24 | 0,13 | 0,09 | 0,21 | 32900 |
| приборостроение | 0,19 | 0,18 | 0,11 | 0,12 | 28990 |
| радиоэлектроника | 0,14 | 0,26 | 0,19 | 0,18 | 20000 |
| прочие отрасли | 0,18 | 0,15 | 0,21 | 0,19 | 48000 |

Необходимо определить межотраслевые поставки продукции, валовые выпуски отраслей, условно чистую продукцию каждой отрасли.

Решение

Для формирования таблицы межотраслевого баланса предварительно необходимо построить:

- матрицу прямых затрат *A*;

- единичную матрицу *Е*;

- матрицу *(Е – А);*

- матрицу *В = (Е – А)-1.*

На новом листе Excel построим матрицу прямых затрат А на основе исходных данных задачи (таблицы 3).



Единичную матрицу начнем формировать с ячейки G2 в диапазоне G2:J5. Главную диагональ массива, отведенного под единичную матрицу, заполним единицами.



Матрицу (Е – А) формируем, начиная с ячейки B7 в диапазоне B7:E10. Поскольку матрицы вычитаются поэлементно, в ячейку В7 нужно ввести соответствующую формулу =G2-B2 и копировать ее в диапазон B7:E10.



Матрица В рассчитывается по формуле В = (Е – А)-1, на чинная с ячейки G7. Для ее расчета используем встроенную функцию МОБР, для чего выделяем массив G7:J10. Вызываем функцию МОБР и вводим в качестве аргумента диапазон ячеек матрицы (Е - А), при работе с массивами используем сочетание клавиш Ctrl + Shift + Enter.



Поскольку все исходные данные получены, составим схему межотраслевого баланса:



Формирование начнем с 13-ой строки, в ячейки G15:G18 вводим известные значения конечного спроса из таблицы 3.



Значения вектора валовой продукции можно найти, используя прогнозную модель *X=BY.* Для этого нужно выделить ячейки Н15:Н18, вызвать математическую функцию МУМНОЖ и в качестве аргументов ввести адреса двух массивов: массив 1-й – матрица В (диапазон G7:J10), массив 2-й – вектор значений конечного использования (диапазон G15:G18).



Межотраслевые потоки рассчитываем, используя элементы матрицы А по формуле *xij = aij\*Xj*, для чего в ячейки В15, С15, D15, Е15 следует ввести соответственно формулы: = В2\*Н$15, C2\*H$16, D2\*H$17, E2\*H$18 и скопировать их в нижележащие ячейки соответствующих столбцов, включая 18 строку.



Для расчета итоговых значений межотраслевых потоков по отраслям-производителям в ячейку F15 графы Итого введем формулу =СУММ(В15:Е15), которую затем копируем в диапазон ячеек F16:F18.



Для завершения формирования схемы МОБ в ячейки строки Всего вводим формулу суммирования по столбцам В, C, D и E (=СУММ (B15:B18), =СУММ(C15:C18), =СУММ(D15:D18), =СУММ(E15:E18)).



Элементы строки Валовая продукция должны соответствовать элементам столбца Валовая продукция. Для получения значений этой строки используем статистическую функцию ТРАНСП следующим образом: выделяем ячейки В21:F21 и вызываем функцию ТРАНСП. В качестве аргумента вводим массив Н15:Н18. Далее нажимаем сочетание клавиш Ctrl + Shift + Enter.



Значения в строке Условно чистая продукция вычислим по схеме: УЧП= Валовая продукция – Всего. В результате Межотраслевой баланс будет выглядеть так:



**Список использованной литературы**

1.Васильева, Л.Н. Моделирование микроэкономических процессов и систем: учебник / Л.Н. Васильева, Е.А. Деева. -М.:КноРус, 2012. -392 c.

2. Власов, М.П. Моделирование экономических систем и процессов: учебное пособие / М.П. Власов, П.Д. Шимко. -М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. -336 c.

3. Волгина, О.А. Математическое моделирование экономических процессов и систем: учебное пособие / О.А. Волгина, Н.Ю. Голодная, Н.Н. Одияко. -М.: КноРус, 2012. -200 c.

4. Орлова, И.В. Экономико-математическое моделирование: Практическое пособие по решению задач / И.В. Орлова. -М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2013. -140 c.