



$$AM = x; BM = BN = y;$$

$$CN = z.$$

$$BA = a = 3$$

$$OB = b = 6.$$

$$OC = c = 4.$$

По теореме о касательной и секущей
 $x^2 = a^2 - r^2$; $y^2 = b^2 - r^2$; $z^2 = c^2 - r^2$.

По теореме о биссектрисе

$$\frac{x+y}{a} = \frac{y+z}{c}.$$

Имеем систему уравнений.

$$\begin{cases} x^2 = a^2 - r^2 \\ y^2 = b^2 - r^2 \\ z^2 = c^2 - r^2 \\ \frac{x+y}{a} = \frac{y+z}{c} \end{cases}$$

Решение; полученное профайлом:

$$x = \frac{3}{4}; y = \frac{21}{4}; z = \frac{11}{4}; r = \frac{3\sqrt{15}}{4}.$$

Площадь треугольника:

$$S = \frac{x+y}{2} \cdot r + \frac{y+z}{2} \cdot r = \frac{x+2y+z}{2} \cdot r.$$

$$S = \frac{21}{4} \cdot \sqrt{15}.$$