**1. Найдите область определения функции:**

$$f\left(x\right)=\sqrt{\frac{\sin(\left(3x\right))}{x^{2}-5x-6}}$$

**Решение.**

Все что под корнем должно быть не отрицательно, но также и знаменатель должен быть больше нуля, но он может быть и меньше нуля, следовательно числитель должен быть меньше нуля, составляем систему:

$$\left\{\begin{array}{c}x^{2}-5x-6>0\\\sin(\left(3x\right))\geq 0\end{array}\right. и \left\{\begin{array}{c}x^{2}-5x-6<0\\\sin(\left(3x\right))\leq 0\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{c}\left(x-6\right)\left(x+1\right)>0\\\sin(\left(3x\right))\geq 0\end{array}\right. и \left\{\begin{array}{c}\left(x-6\right)\left(x+1\right)<0\\\sin(\left(3x\right))\leq 0\end{array}\right.$$

Возникает несколько случаев. При $x>6 $ ищем ближайшее справа кратное $π$ к числу $3x=18$. Очевидно, $5π<18<6π$. Поэтому $3xϵ\left[6π;7π\right]∪\left[8π;9π\right]∪…$, т.е.

$$xϵ\left[2π;\frac{7}{3}π\right]∪\left[\frac{8}{3}π;3∪π\right]∪…∪\left[\frac{2}{3}πk;\frac{2k+1}{3}π\right]∪…, где k\geq 3$$

Далее, $-π<-3<0$, откуда для случая $xϵ\left(-1;6\right)$ имеем:

$$3xϵ\left(-3;0\right]∪\left[π;2π\right]∪\left[3π;4π\right]∪\left[5π;18\right) и \left(-1;0\right]∪\left[\frac{π}{3};\frac{2}{3}π\right]∪\left[π;\frac{4}{3}π\right]∪\left[\frac{5}{3}π;6\right)$$

При $x<-1$ $3xϵ…∪\left[-4π;-3π\right]∪\left[-2π;-π\right]$

$$xϵ…\left[\frac{2πk}{3};-\frac{2k-1}{3}π\right]∪…∪\left[-\frac{4}{3}π;-π\right]∪\left[-\frac{2π}{3};-\frac{π}{3}\right], где k\geq 1$$

Ответ: область определения функции:

$$xϵ\left[2π;\frac{7}{3}π\right]∪\left[\frac{8}{3}π;3∪π\right]∪…∪\left[\frac{2}{3}πk;\frac{2k+1}{3}π\right]∪…, где k\geq 3; xϵ…\left[\frac{2πk}{3};-\frac{2k-1}{3}π\right]∪…∪\left[-\frac{4}{3}π;-π\right]∪\left[-\frac{2π}{3};-\frac{π}{3}\right], где k\geq 1; xϵ\left(-1;0\right]∪\left[\frac{π}{3};\frac{2}{3}π\right]∪\left[π;\frac{4}{3}π\right]∪\left[\frac{5}{3}π;6\right)$$