

### Задача

Дана электрическая схема (рис. 0):

$$R_1 = 8 \text{ Ом}; R_2 = 22 \text{ Ом}; R_3 = 10 \text{ Ом};$$

$$R'_4 = 10 \text{ Ом}; R''_4 = 14 \text{ Ом};$$

$$R_5 = 14 \text{ Ом}; R'_6 = 16 \text{ Ом}; R''_6 = \infty \text{ Ом};$$

$$E_1 = 50 \text{ В}; E_2 = 16.6 \text{ В};$$

$$J_2 = 0.2 \text{ А}.$$

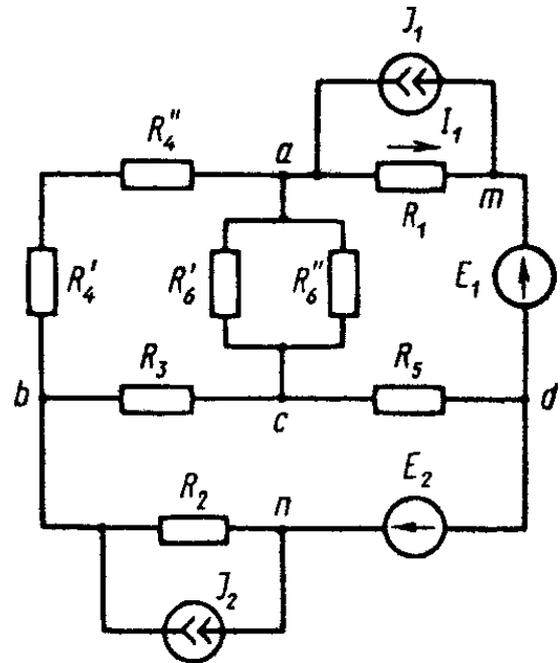


Рис. 0

1. Упростим схему исходную, заменив последовательно и параллельно соединенные резисторы четвертой и шестой ветвей эквивалентными (рис. 1).

$$R_4 = R'_4 + R''_4 = 24 \text{ Ом}; R_6 = \frac{R'_6 \cdot R''_6}{R'_6 + R''_6} = 16 \text{ Ом}.$$

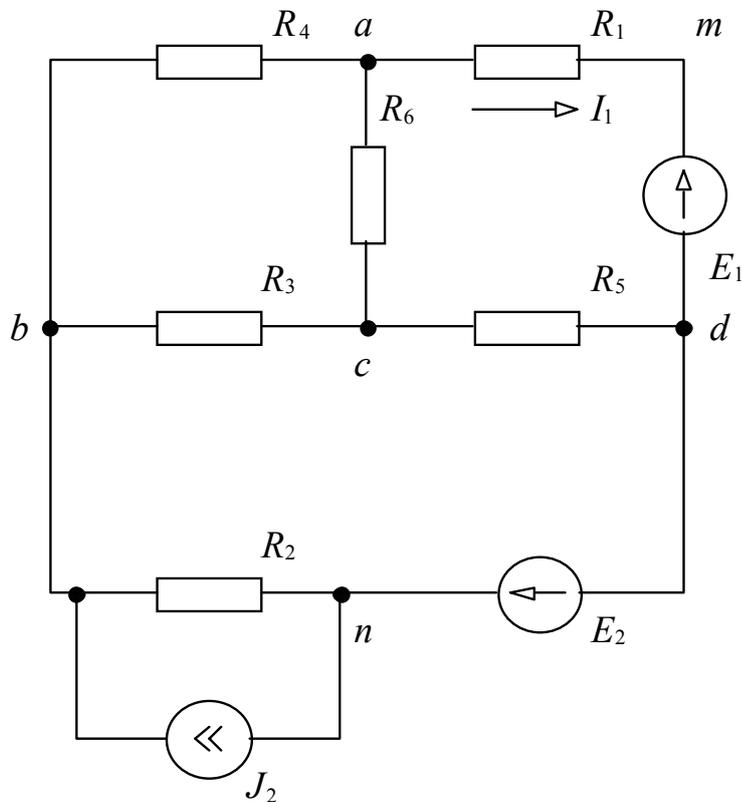


Рис. 1

2. Составим на основании законов Кирхгофа систему уравнений для расчета токов во всех ветвях схемы (рис. 2).

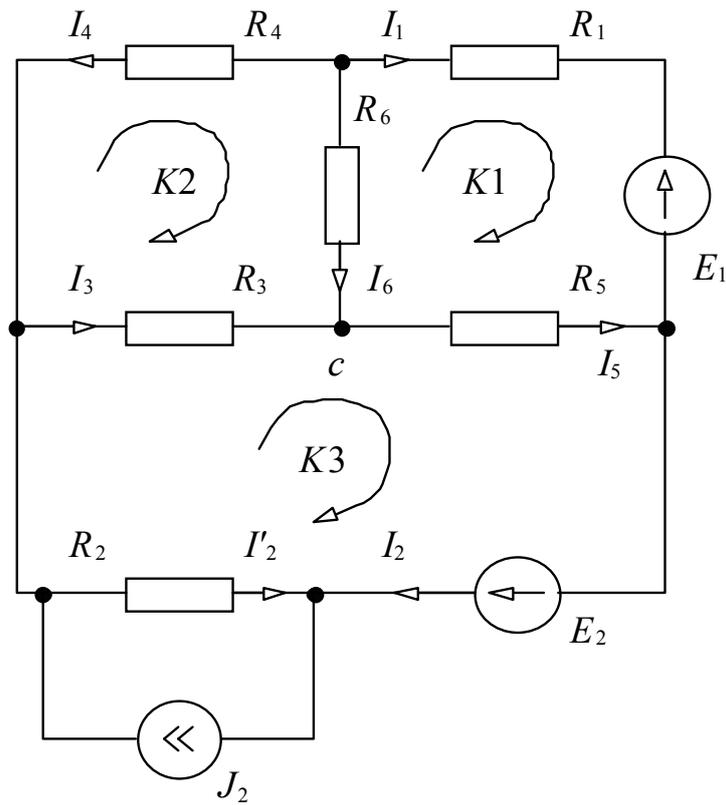


Рис. 2

- $y = 5$  - число узлов;
- $v = 8$  - число ветвей;
- $v_{um} = 1$  - число ветвей с источником тока.

Количество уравнений по первому закону Кирхгофа  $n_1 = y - 1 = 4$

Количество уравнений по второму закону Кирхгофа  $n_2 = v - v_{um} - (y - 1) = 3$

узел a:	$- I_1 - I_4 - I_6 = 0$	}
узел b:	$I_2 - I_3 + I_4 = 0$	
узел c:	$I_3 - I_5 + I_6 = 0$	
узел n:	$I_2 + I'_2 - J_2 = 0$	
контур 1:	$I_1 \cdot R_1 - I_5 \cdot R_5 - I_6 \cdot R_6 = - E_1$	
контур 2:	$- I'_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 + I_5 \cdot R_5 = E_2$	
контур 3:	$- I_3 \cdot R_3 - I_4 \cdot R_4 + I_6 \cdot R_6 = 0$	

3. Определим токи во всех ветвях схемы методом контурных токов.

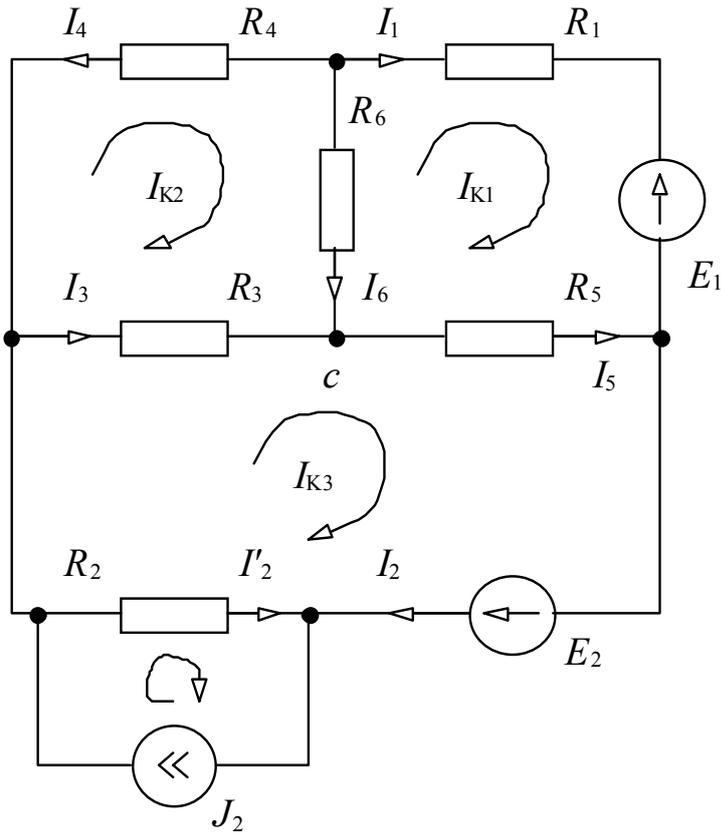


Рис. 3

$$\begin{cases} I_{K1}(R_1 + R_5 + R_6) - I_{K2}R_6 - I_{K3}R_5 = -E_1 \\ I_{K2}(R_3 + R_4 + R_6) - I_{K1}R_6 - I_{K3}R_3 = 0 \\ I_{K3}(R_2 + R_3 + R_5) - I_{K1}R_5 - I_{K2}R_3 - J_2R_2 = E_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (R_1 + R_5 + R_6)I_{K1} & -R_6I_{K2} & -R_5I_{K3} & = & -E_1 \\ -R_6I_{K1} & +(R_3 + R_4 + R_6)I_{K2} & -R_3I_{K3} & = & 0 \\ -R_5I_{K1} & -R_3I_{K2} & +(R_2 + R_3 + R_5)I_{K3} & = & E_2 + J_2 \cdot R_2 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} 38 & -16 & -14 \\ -16 & 50 & -10 \\ -14 & -10 & 46 \end{pmatrix} =$$

$$= [38 \cdot 50 \cdot 46 + (-1) \cdot 16 \cdot 10 \cdot 14 + (-1) \cdot 14 \cdot 16 \cdot 10] - [50 \cdot (-14)^2 + 38 \cdot (-10)^2 + 46 \cdot (-16)^2] = 57544$$

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} -50 & -16 & -14 \\ 0 & 50 & -10 \\ 21 & -10 & 46 \end{pmatrix} =$$

$$= [(-50) \cdot 50 \cdot 46 + 0 + 21 \cdot 16 \cdot 10] - [21 \cdot 50 \cdot (-14) + (-50) \cdot (-10)^2 + 0] = -91940$$

$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} 38 & -50 & -14 \\ -16 & 0 & -10 \\ -14 & 21 & 46 \end{pmatrix} =$$

$$= [0 + (-16) \cdot 21 \cdot (-14) + (-1) \cdot 14 \cdot 50 \cdot 10] - [0 + 38 \cdot 21 \cdot (-10) + (-16) \cdot (-50) \cdot 46] = -31116$$

$$\Delta_3 = \begin{pmatrix} 38 & -16 & -50 \\ -16 & 50 & 0 \\ -14 & -10 & 21 \end{pmatrix} =$$

$$= [38 \cdot 50 \cdot 21 + (-1) \cdot 16 \cdot 10 \cdot 50 + 0] - [(-14) \cdot 50 \cdot (-50) + 0 + 21 \cdot (-16)^2] = -8476$$

Контурные токи:

$$I_{K1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-91940}{57544} = -1.59773 \text{ A}$$

$$I_{K2} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-31116}{57544} = -0.54073 \text{ A}$$

$$I_{K3} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-8476}{57544} = -0.1473 \text{ A}$$

Токи в ветвях

$$I_1 = I_{K1} = -1.598 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{K3} = -0.147 \text{ A}$$

$$I_2 = J_2 - I_{K3} = 0.2 - (-0.1473) = 0.347 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{K3} - I_{K2} = -0.1473 - (-0.54073) = 0.393 \text{ A}$$

$$I_4 = -I_{K2} = -(-0.54073) = 0.541 \text{ A}$$

$$I_5 = I_{K3} - I_{K1} = -0.1473 - (-1.59773) = 1.45 \text{ A}$$

$$I_6 = I_{K2} - I_{K1} = -0.54073 - (-1.59773) = 1.057 \text{ A}$$

4. Определим токи во всех ветвях схемы методом узловых потенциалов.

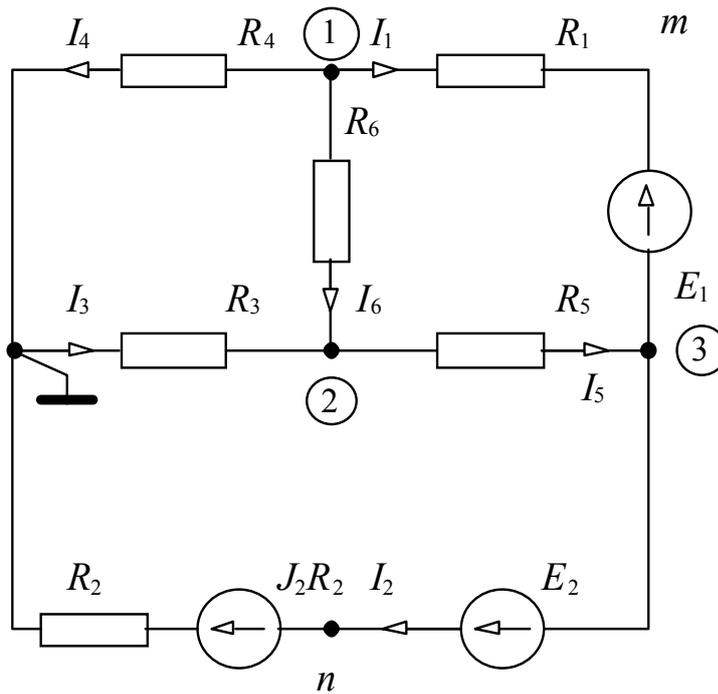


Рис. 4.

$$\begin{cases} \phi_1 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) - \phi_2 \frac{1}{R_6} - \phi_3 \frac{1}{R_1} = \frac{E_1}{R_1} \\ \phi_2 \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) - \phi_1 \frac{1}{R_6} - \phi_3 \frac{1}{R_5} = 0 \\ \phi_3 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} \right) - \phi_1 \frac{1}{R_1} - \phi_2 \frac{1}{R_5} = -\frac{E_2 + J_2 R_2}{R_2} - \frac{E_1}{R_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) \phi_1 & -\frac{1}{R_6} \phi_2 & -\frac{1}{R_1} \phi_3 & = & \frac{E_1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_6} \phi_1 & + \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right) \phi_2 & -\frac{1}{R_5} \phi_3 & = & 0 \\ -\frac{1}{R_1} \phi_1 & -\frac{1}{R_5} \phi_2 & + \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} \right) \phi_3 & = & -J_2 - \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_1}{R_1} \end{cases}$$

$$\Delta = \left| \begin{pmatrix} 0.229167 & -0.0625 & -0.125 \\ -0.0625 & 0.233929 & -0.071429 \\ -0.125 & -0.071429 & 0.241883 \end{pmatrix} \right| = 6.0818 \times 10^{-3}$$

$$\Delta_1 = \left| \begin{pmatrix} 6.25 & -0.0625 & -0.125 \\ 0 & 0.233929 & -0.071429 \\ -7.204545 & -0.071429 & 0.241883 \end{pmatrix} \right| = 7.8926 \times 10^{-2}$$

$$\Delta_2 = \left| \begin{pmatrix} 0.229167 & 6.25 & -0.125 \\ -0.0625 & 0 & -0.071429 \\ -0.125 & -7.204545 & 0.241883 \end{pmatrix} \right| = -2.3928 \times 10^{-2}$$

$$\Delta_3 = \left| \begin{pmatrix} 0.229167 & -0.0625 & 6.25 \\ -0.0625 & 0.233929 & 0 \\ -0.125 & -0.071429 & -7.204545 \end{pmatrix} \right| = -0.14743$$

Узловые потенциалы:

$$\phi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{7.8926 \times 10^{-2}}{6.0818 \times 10^{-3}} = 12.98 \text{ В}$$

$$\phi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-2.3928 \times 10^{-2}}{6.0818 \times 10^{-3}} = -3.934 \text{ В}$$

$$\phi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-0.14743}{6.0818 \times 10^{-3}} = -24.24 \text{ В}$$

Токи в ветвях

$$I_1 = \frac{\phi_1 - \phi_3 - E_1}{R_1} = \frac{12.98 - (-24.24) - 50}{8} = -1.598 \text{ А}$$

$$I_2 = \frac{\phi_3 + E_2 + J_2 R_2}{R_2} = \frac{-24.24 + 16.6 + 0.2 \cdot 22}{22} = -0.147 \text{ А}$$

$$I_3 = \frac{-\phi_2}{R_3} = \frac{-(-3.934)}{10} = 0.393 \text{ А}$$

$$I_4 = \frac{\phi_1}{R_4} = \frac{12.98}{24} = 0.541 \text{ А}$$

$$I_5 = \frac{\phi_2 - \phi_3}{R_5} = \frac{-3.934 - (-24.24)}{14} = 1.45 \text{ А}$$

$$I_6 = \frac{\phi_1 - \phi_2}{R_6} = \frac{12.98 - (-3.934)}{16} = 1.057 \text{ А}$$

5. Сравним результаты расчета токов, проведенного двумя методами (табл. 1)..

Таблица 1

Метод \	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$
МКТ	-1,598	-0,147	0,393	0,541	1,450	1,057
МУП	-1,598	-0,147	0,393	0,541	1,450	1,057

6. Составим баланс мощностей в исходной схеме (рис. 2).

Напряжение на зажимах источника тока

$$U_J = I_2' R_2 = 0.347 \cdot 22 = 7.63 \text{ В}$$

Мощность источников энергии

$$\begin{aligned} P_{\text{ист}} &= E_1 \cdot (-I_1) + E_2 \cdot I_2 + U_J \cdot J_2 = \\ &= 50 \cdot [ -(-1.598) ] + 16.6 \cdot (-0.147) + 7.63 \cdot 0.2 = 78.99 \text{ Вт} \end{aligned}$$

Мощность приемников энергии

$$\begin{aligned} P_{\text{пр}} &= I_1^2 \cdot R_1 + I_2'^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = \\ &= (-1.598)^2 \cdot 8 + 0.347^2 \cdot 22 + 0.393^2 \cdot 10 + 0.541^2 \cdot 24 + 1.45^2 \cdot 14 + 1.057^2 \cdot 16 = 78.96 \text{ Вт} \end{aligned}$$

Погрешность расчета

$$\delta_{\%} = \frac{|P_{\text{ист}} - P_{\text{пр}}|}{P_{\text{ист}}} 100\% = \frac{|78.99 - 78.96|}{78.99} \cdot 100 = 0.04 \%$$

7. Определим ток  $I_1$ , в заданной по условию схеме с источником тока, используя метод эквивалентного генератора (рис. 5).

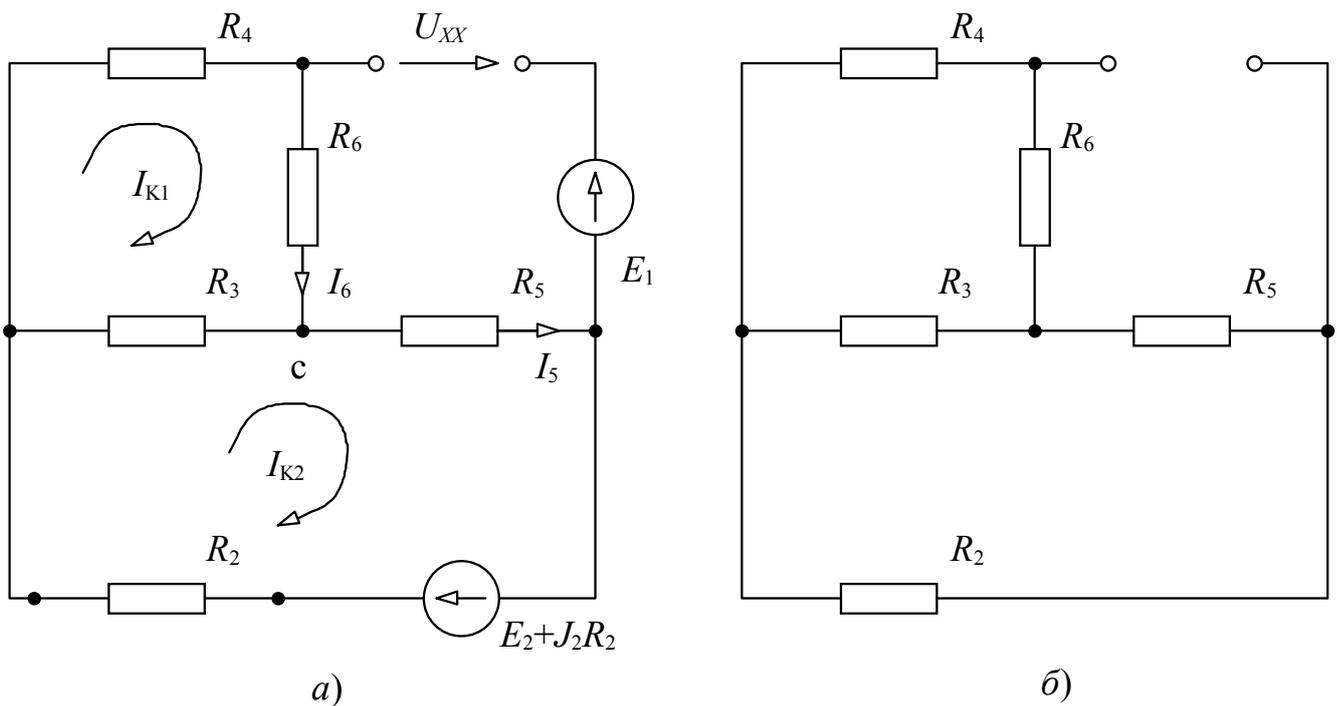


Рис. 5.

Составим систему уравнений для цепи (рис. 5 а) по методу контурных токов

$$\begin{cases} (R_3 + R_4 + R_6) \cdot I_{\kappa 1} & -R_3 \cdot I_{\kappa 2} = 0 \\ -R_3 \cdot I_{\kappa 1} & +(R_2 + R_5 + R_6) \cdot I_{\kappa 2} = E_2 + J_2 R_2 \end{cases}$$

Систему уравнений решаем методом Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 50 & -10 \\ -10 & 46 \end{vmatrix} = 50 \cdot 46 - (-10)^2 = 2200$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -10 \\ 21 & 46 \end{vmatrix} = 0 - 21 \cdot (-10) = 210$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 50 & 0 \\ -10 & 21 \end{vmatrix} = 50 \cdot 21 - 0 = 1050$$

Контурные токи:

$$I_{\kappa 1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{210}{2200} = 0.09545 \text{ A}$$

$$I_{\kappa 2} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1050}{2200} = 0.4773 \text{ A}$$

Токи в ветвях:

$$I_5 = I_{K2} = 0.4773 \text{ A}$$

$$I_6 = I_{K1} = 0.09545 \text{ A}$$

ЭДС эквивалентного генератора

$$E_{\text{ЭГ}} = U_{XX} = I_5 \cdot R_5 + I_6 \cdot R_6 - E_1 = 0.4773 \cdot 14 + 0.09545 \cdot 16 - 50 = -41.8 \text{ В.}$$

Сопротивление эквивалентного генератора определим через сопротивление цепи (рис. 5 б), преобразовав "треугольник"  $R_3R_4R_6$  в "звезду" (рис. 6).

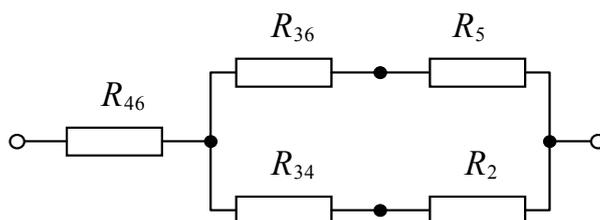


Рис. 6

$$R = R_3 + R_4 + R_6 = 10 + 24 + 16 = 50 \text{ Ом}$$

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R} = \frac{10 \cdot 24}{50} = 4.8 \text{ Ом}$$

$$R_{36} = \frac{R_3 \cdot R_6}{R} = \frac{10 \cdot 16}{50} = 3.2 \text{ Ом}$$

$$R_{46} = \frac{R_4 \cdot R_6}{R} = \frac{24 \cdot 16}{50} = 7.68 \text{ Ом}$$

Сопротивление эквивалентного генератора:

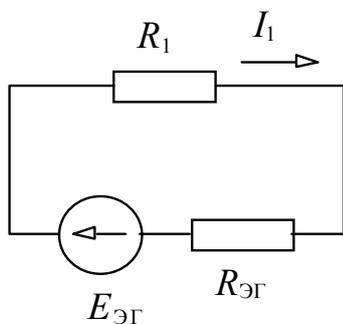


Рис. 7

$$R_{\text{ЭГ}} = R_{46} + \frac{(R_2 + R_{34}) \cdot (R_5 + R_{36})}{(R_2 + R_{34}) + (R_5 + R_{36})} =$$

$$= 7.68 + \frac{(22 + 4.8) \cdot (14 + 3.2)}{22 + 4.8 + 14 + 3.2} = 18.16 \text{ Ом.}$$

Ток  $I_1$  по методу эквивалентного генератора (рис. 7):

$$I_1 = \frac{E_{\text{ЭГ}}}{R_1 + R_{\text{ЭГ}}} = \frac{-41.8}{8 + 18.16} = -1.598 \text{ A.}$$

8. Начертим потенциальную диаграмму для замкнутого контура "bamdnb".

$$\phi_b = 0;$$

$$\phi_a = \phi_1 = 12.98 \text{ В}$$

$$\phi_m = \phi_3 + E_1 = -24.24 + 50 = 25.76 \text{ В}$$

$$\phi_d = \phi_3 = -24.24 \text{ В}$$

$$\phi_n = \phi_3 + E_2 = -24.24 + 16.6 = -7.64 \text{ В}$$

$\phi, \text{ В}$

