**Метод ветвей и границ**

*тin f = -*4*х*1  - 3*х*2

*2х*1 + 3*х*2 + *х*3 = 8,

*4х*1 + *х*2 +*х*4 = 10,

*х*1, *х*2, *х*3, *х*4 - целые.

*х*1, *х*2, *х*3, *х*4 ≥ 0

Задачу можно свести к задаче от 2 переменных с неравенствами

*тax f =* 4*х*1  + 3*х*2

*2х*1 + 3*х*2 ≤ = 8,

*4х*1 + *х*2 ≤ = 10,

*х*1, *х*2, - целые.

*х*1, *х*2, ≥ 0

Решим задачу без ограничений на целое графически

Решение: *А*1 = (21/5, 11/5,0,0), а *f*1 = 122/5

Решение ослабленной задачи не является целочисленным, поэтому будем ветвить эту задачу, например, по переменной *х*2. Заметим, что переменная *х*2 = 11/5, поэтому [*х*2] =1. Очевидно, что целочисленное решение должно удовлетворять одному из дополнительных условий: *х*2 ≤ 1 или  *х*2≥ 2. Введение этих дополнительных условий приводит к двум подзадачам 2 и 3.

Порожденные подзадачи содержат все допустимые целочисленные решения исходной задачи, т.е. исходное множество допустимых целочисленных решений остается неизменным в процессе ветвления.

Решим подзадачу 2

*2х*1 + 3*х*2 ≤ = 8,

*4х*1 + *х*2 ≤ = 10,

*х*2 ≤ 1

*х*1, *х*2  ≥ 0

Оптимальный план можно записать так:  
x1 = 21/4  
x2 = 1  
F(X) = 4•21/4 + 3•1 = 12

Решим подзадачу 3

*2х*1 + 3*х*2 ≤ = 8,

*4х*1 + *х*2 ≤ = 10,

*х*2 ≥ 2

*х*1, *х*2 ≥ 0

Оптимальный план можно записать так:

x1 = 1  
x2 = 2  
F(X) =4•1 + 3•2 = 10

Получено целочисленное решение, граница метода равна 10.

Подзадачу 2 разбиваем на подзадачи 4 и 5 по переменной x1

Подзадача 4

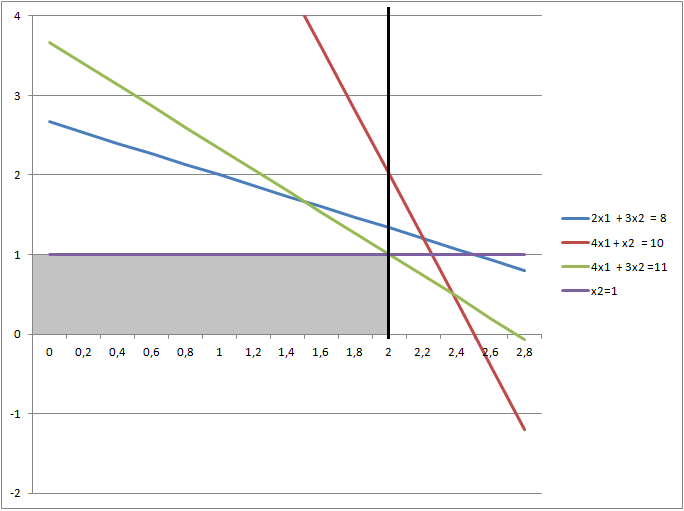
*2х*1 + 3*х*2 ≤ = 8,

*4х*1 + *х*2 ≤ = 10,

*х*2 ≤ 1

*х*1 ≤ 2

*х*1, *х*2 ≥ 0



Оптимальный план можно записать так:  
x1 = 2  
x2 = 1  
F(X) = 4•2+ 3•1 = 11

Подзадача 5

*2х*1 + 3*х*2 ≤= 8,

*4х*1 + *х*2 ≤= 10,

*х*2 ≤ 1

*х*1  ≥3

*х*1, *х*2 ≥ 0

Эта задача решения не имеет, потому что *4х*1 + *х*2 ≥12 и второе ограничение не выполняется.

Итак, наилучшее решение получено в подзадаче 4

x1 = 2  
x2 = 1  
F(X) = 4•2 +3•1 = -11

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | | 1 |   X1=1 1/5  X2=2 1/5  f=12 2/5   |  | | --- | | 2 |  |  | | --- | | 3 |  |  | | --- | | *х*2≤1 |  |  | | --- | | *х*2≥2 |  |  | | --- | | x1 = 21/4 x2 = 1  f=12 |  |  | | --- | | 4 |  |  | | --- | | 5 |  |  | | --- | | *х*1≥3 |  |  | | --- | | *х*1≤2 |  |  | | --- | |  | | x1 =1 x2 = 2  f=10 |  |  | | --- | |  |   Нет допустимых решений   |  | | --- | |  |   X1=1  X2=2  f=10 |