**Метод ветвей и границ**

*тin f = -*4*х*1  - 3*х*2

*2х*1 + 3*х*2 + *х*3 = 8,

*4х*1 + *х*2 +*х*4 = 10,

*х*1, *х*2, *х*3, *х*4 - целые.

*х*1, *х*2, *х*3, *х*4 ≥ 0

Решим задачу с помощью симлекс-метода без учета целочисленности переменных. Приведем последнюю симплекс-таблицу

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 |
| x2 | 11/5 | 0 | 1 | 2/5 | -1/5 |
| x1 | 21/5 | 1 | 0 | -1/10 | 3/10 |
| F | -122/5 | 0 | 0 | -4/5 | -3/5 |

Решение: *А*1 = (21/5, 11/5,0,0), а *f*1 = . -122/5

Решение ослабленной задачи не является целочисленным, поэтому будем ветвить эту задачу, например, по переменной *х*2. Заметим, что переменная *х*2 = 11/5, поэтому [*х*2] =1. Очевидно, что целочисленное решение должно удовлетворять одному из дополнительных условий: *х*2 ≤ 1 или  *х*2≥ 2. Введение этих дополнительных условий приводит к двум подзадачам 2 и 3.

Порожденные подзадачи содержат все допустимые целочисленные решения исходной задачи, т.е. исходное множество допустимых целочисленных решений остается неизменным в процессе ветвления.

Решим подзадачу 2

*2х*1 + 3*х*2 + *х*3 = 8,

*4х*1 + *х*2 +*х*4 = 10,

*х*2 ≤ 1

*х*1, *х*2, *х*3, *х*4 - целые.

*х*1, *х*2, *х*3, *х*4 ≥ 0

Оптимальный план можно записать так:  
x1 = 21/4  
x2 = 1  
x3 = 1/2  
F(X) = - 4•21/4 - 3•1 = -12

Решим подзадачу 3

*2х*1 + 3*х*2 + *х*3 = 8,

*4х*1 + *х*2 +*х*4 = 10,

*х*2 ≤ 1

*х*1, *х*2, *х*3, *х*4 - целые.

*х*1, *х*2, *х*3, *х*4 ≥ 0

Оптимальный план можно записать так:

x2 = 2  
x1 = 1  
x4 = 4  
F(X) = -3•2 + -4•1 + 0•4 = -10

Получено целочисленное решение, граница метода равна -10.

Подзадачу 2 разбиваем на подзадачи 4 и 5 по переменной x1

Подзадача 4

*2х*1 + 3*х*2 + *х*3 = 8,

*4х*1 + *х*2 +*х*4 = 10,

*х*2 ≤ 1

*х*1 ≤ 2

*х*1, *х*2, *х*3, *х*4 - целые.

*х*1, *х*2, *х*3, *х*4 ≥ 0

Оптимальный план можно записать так:  
x1 = 2  
x2 = 1

X3 = 1  
x4 = 1  
F(X) = - -4•2 --3•1 = -11

Подзадача 5

*2х*1 + 3*х*2 + *х*3 = 8,

*4х*1 + *х*2 +*х*4 = 10,

*х*2 ≤ 1

*х*1  ≥3

*х*1, *х*2, *х*3, *х*4 - целые.

*х*1, *х*2, *х*3, *х*4 ≥ 0

Эта задача решения не имеет, потому что *4х*1 + *х*2 +*х*4≥12 и второе ограничение не выполняется.

Итак, наилучшее решение получено в подзадаче 4

x1 = 2  
x2 = 1

X3 = 1  
x4 = 1  
F(X) = - -4•2 --3•1 = -11