

$$e^y(dx - 2xdy) = 9ydy$$
$$e^y dx = (9y + 2xe^y)dy$$

$$\frac{dx}{dy} = 2x + 9ye^{-y}$$

Получили линейное уравнение для функции $x(y)$. Решаем сначала однородное уравнение

$$\frac{dx}{dy} = 2x$$

$$\frac{dx}{x} = 2dy$$

$$\ln|x| = 2y + \text{const}$$

$$x = Ce^{2y}$$

Далее применяем метод вариации произвольной постоянной: $x = C(y)e^{2y}$. Подставляя в уравнение, получаем

$$C'(y)e^{2y} + 2C(y)e^{2y} = 2C(y)e^{2y} + 9ye^{-y}$$
$$C'(y) = 9ye^{-3y}$$

Интегрируя по частям, находим

$$C(y) = 9 \int ye^{-3y} dy = -3 \int yd(e^{-3y}) = -3 \left(ye^{-3y} - \int e^{-3y} dy \right) = -3ye^{-3y} - e^{-3y} + C$$

Таким образом, общее решение уравнения

$$x = Ce^{2y} - (3y + 1)e^{-y}$$

Постоянную C находим из начального условия

$$0 = C - 1$$

$$C = 1$$

Ответ: $x = e^{2y} - (3y + 1)e^{-y}$