Исследование ряда
$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos 11nx}{\sqrt{n}}. \tag{1}$$

1) Сходимость.

Для исследования ряда воспользуемся признаком Дирихле: если у ряда
$$\sum_{n=1}^{\infty}a_nb_n \tag{2}$$
ограничены частичные суммы ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ (сам ряд может и расходится), а последовательность $\{b_n\}$ монотонно сходится к нулю при $n\to\infty$, то ряд (2) сходится.

Применим этот признак к нашему ряду, полагая
$$a_n=\cos 11nx,\quad b_n=\frac{1}{\sqrt{n}}.$$
Для доказательства ограниченности частичных сумм ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\cos 11nx$ воспользуемся следующей формулой из тригонометрии
$$1+\cos x+\cos 2x+\ldots+\cos nx=\frac{\cos\frac{nx}{2}\sin\frac{(n+1)x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}. \tag{3}$$
Заменяя в (3) x на $11x$, получаем оценку частичной суммы
$$|a_1+a_2+\ldots+a_n|=|\cos 11x+\cos 22x+\ldots+\cos 11nx|=$$
$$=\left|\frac{\cos\frac{11nx}{2}\sin\frac{11(n+1)x}{2}}{\sin\frac{11x}{2}}-1\right|\leqslant\left|\frac{\cos\frac{11nx}{2}\sin\frac{11(n+1)x}{2}}{\sin\frac{11x}{2}}\right|+1\leqslant\frac{1}{\left|\sin\frac{11x}{2}\right|}+1. \tag{4}$$
Правая часть этого неравенства не зависит от n. Таким образом, если $\sin\frac{11x}{2}\neq 0$, т.е. $x\neq 2\pi k/11$ ($k\in Z$), то из (4) следует ограниченность частичных сумм ряда с общим членом a_n. Монотонное стремление к нулю последовательности $\{b_n\}$ очевидно.

Применяя признак Дирихле, получаем, что при $x\neq 2\pi k/11$ ($k\in Z$) рассматриваемый ряд (1) сходится. При $x=2\pi k/11$ ($k\in Z$) получаем ряд
$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}$$
Общий член этого ряда имеет степенную асимптотку:
$$\frac{1}{\sqrt{n}}=1/n^{\alpha}$$
с $\alpha=1/2$. Из общей теории известно, что при $\alpha>1$ такой ряд сходится, а при $\alpha<1$ расходится. У нас $\alpha=\frac{1}{2}<1$, поэтому наш ряд расходится.

Ответ: при $x\neq 2\pi k/11$ ($k\in Z$) ряд сходится, при $x=2\pi k/11$ ($k\in Z$) ряд рассходится.

2) Абсолютная сходимость.

Здесь нужно исследовать сходимость ряда из модулей
$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{|\cos 11nx|}{\sqrt{n}}. \tag{5}$$

Покажем, что ряд (5) расходится. Рассмотрим сначала случай, когда $x \neq \pi k/11$ $(k \in Z)$.

Так как $|\cos 11nx| \leqslant 1$, то $|\cos 11nx| \geqslant \cos^2 11nx$ и поэтому общий член ряда (5)

$$\frac{|\cos 11nx|}{\sqrt{n}} \geqslant \frac{\cos^2 11nx}{\sqrt{n}} = \frac{1+\cos 22nx}{2\sqrt{n}} = \frac{1}{2\sqrt{n}} + \frac{\cos 22nx}{2\sqrt{n}}. \tag{6}$$

Ряд с общим членом $c_n = 1/\sqrt{n}$ это ряд степенного типа $c_n = 1/n^\alpha$. Из общей теории известно, что такой ряд сходится при $\alpha > 1$ и расходится при $\alpha \leqslant 1$. В нашем случае $\alpha = 1/2 < 1$, следовательно ряд расходится. При умножении ряда на ненулевое число сходимость ряда не меняется. Следовательно, расходится и ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{n}}. \tag{7}$$

Рассмотрим ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos 22nx}{2\sqrt{n}}. \tag{8}$$

Покажем, что он сходится. Доказательство сходимости этого ряда проводится также, как и исходного ряда (1). Этот ряд можно представить в виде

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n,$$

где

$$a_n = \cos 22nx, \quad b_n = \frac{1}{2\sqrt{n}}.$$

Частичные суммы ряда с общим членом a_n ограничены:

$$|a_1 + a_2 + \ldots + a_n| = |\cos 22x + \cos 44x + \ldots + \cos 22nx| =$$

$$= \left| \frac{\cos 11nx \sin 11(n+1)x}{\sin 11x} - 1 \right| \leqslant \left| \frac{\cos 11nx \sin 11(n+1)x}{\sin 11x} \right| + 1 \leqslant \frac{1}{|\sin 11x|} + 1$$

$(x \neq \pi k/11$ $(k \in Z))$, а последовательность $b_n = 1/2\sqrt{n}$ монотонно стремиться к нулю. По признаку Дирихле ряд сходится.

Из общей теории следует, что сумма сходящегося и расходящегося рядов всегда является расходящимся рядом. Поэтому ряд с общим членом, стоящим в правой части неравенства (6) расходится. Из признака сравнения следует, что расходится и ряд с общим членом, стоящим в левой части неравенства (6), т.е. ряд (5).

Рассмотрим оставшийся случай $x = \pi k/11$ $(k \in Z)$. Здесь $\cos 11nx = \cos \pi nk = (-1)^{nk}$ и поэтому $|\cos 11nx| = 1$ так, что ряд (5) становится рядом

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

Как уже отмечалось выше, этот ряд расходится.

Ответ: абсолютно ряд расходится при всех x.

2) Равномерная сходимость.

Так как не указано множество, на котором нужно исследовать равномерную сходимость, то предполагаем, что это вся числовая прямая. Известно, что равномерно сходящийся ряд сходится. Однако, наш ряд при $x = 0$ расходится. Следовательно, равномерной сходимости нет.

Ответ: на всей числовой прямой равномерной сходимости нет.