**Координаты векторов**

 Координаты векторов находим по формуле:

 X = xj - xi; Y = y j - yi; Z = z j - z i

 здесь X,Y,Z координаты вектора; xi, yi, zi - координаты точки Аi; xj, yj, zj - координаты точки Аj;

 Например, для вектора AB

 X = x2 - x1; Y = y2 - y1; Z = z2 - z1

 X = 7-3; Y = -5-(-5); Z = 7-(-8)

 AB (4;0;15)

 AC (-10;12;14)

 AD (4;11;7)

 BC (-14;12;-1)

 BD (0;11;-8)

 CD (14;-1;-7)

 **1) Модули векторов**

 Длина вектора a(X;Y;Z) выражается через его координаты формулой:

$$\left|AB\right|=\sqrt{4^{2}+0^{2}+15^{2}}=\sqrt{241}≈15.52$$

$$\left|AC\right|=\sqrt{(-10)^{2}+12^{2}+14^{2}}=\sqrt{440}≈20.98$$

$$\left|AD\right|=\sqrt{4^{2}+11^{2}+7^{2}}=\sqrt{186}≈13.64$$

$$\left|BC\right|=\sqrt{(-14)^{2}+12^{2}+(-1)^{2}}=\sqrt{341}≈18.47$$

$$\left|BD\right|=\sqrt{0^{2}+11^{2}+(-8)^{2}}=\sqrt{185}≈13.6$$

$$\left|CD\right|=\sqrt{14^{2}+(-1)^{2}+(-7)^{2}}=\sqrt{246}≈15.68$$

**2) Угол между ребрами**

 Угол между векторами a1(X1;Y1;Z1), a2(X2;Y2;Z2) можно найти по формуле:

 где a1a2 = X1X2 + Y1Y2 + Z1Z2

 Найдем угол между ребрами AB и CD

$$cosγ=\frac{4·14+0·\left(-1\right)+15·(-7)}{\sqrt{241}·\sqrt{246}}≈-0.2$$

**3) Угол между плоскостью и плоскостью**

Если точки A1(x1; y1; z1), A2(x2; y2; z2), A3(x3; y3; z3) не лежат на одной прямой, то проходящая через них плоскость представляется уравнением:

Уравнение плоскости ABC

 (x-3)(0•14-12•15) - (y+5)(4•14-(-10•15)) + (z+8)(4•12-(-10•0)) = -180x - 206y + 48z -106 = 0

 Уравнение плоскости ABD

 (x-3)(0•7-11•15) - (y+5)(4•7-4•15) + (z+8)(4•11-4•0) = -165x + 32y + 44z +1007 = 0

Косинус угла между плоскостью A1x + B1y + C1 + D = 0 и плоскостью A2x + B2y + C2 + D = 0 равен углу между их нормальными векторами N1(A1, B1, C1) и N2(A2, B2, C2):

$$cosγ=\frac{\left|(-180)·\left(-165\right)+\left(-206\right)·32+48·44\right|}{\sqrt{(-180)^{2}+(-206)^{2}+48^{2}}·\sqrt{(-165)^{2}+32^{2}+44^{2}}}=\frac{\left|29700-6592+2112\right|}{\sqrt{77140}·\sqrt{30185}}≈\frac{25220}{277.74·173.7383}≈0.52$$

**4) Длина высоты пирамиды, проведенной из вершины D**

 Расстояние d от точки M (x0;y0;z0) до плоскости Ax + By + Cz + D = 0 равно абсолютному значению величины:





**5) Уравнение высоты пирамиды через вершину D**

 Прямая, проходящая через точку M0(x0;y0;z0) и перпендикулярная плоскости Ax + By + Cz + D = 0 имеет направляющий вектор (A;B;C) и, значит, представляется симметричными уравнениями:

$$\frac{x-7}{-180}=\frac{y-6}{-206}=\frac{z+1}{48}$$

$$\left\{\begin{array}{c}x=7-180t\\y=6-206t\\z=-1+48t\end{array}\right.$$

**6) Объем пирамиды**

 Объем пирамиды, построенного на векторах a1(X1;Y1;Z1), a2(X2;Y2;Z2), a3(X3;Y3;Z3) равен:

 ∆ = 4•(12•7-11•14)-(-10•(0•7-11•15))+4•(0•14-12•15) = -2650