**Глава 2. Численная модель коллективного ускорения протонов**

2.1. **Общая схема модели**

Существует целый ряд методов численного моделирования плазмы [12,13], например гидродинамические методы, метод водяного мешка, одним из наиболее эффективных и часто применяемых методов моделирования плазменных процессов является метод частиц в ячейке [14,15].

Суть данного метода состоит в следующем.

Реальная плазма заменяется значительно меньшим числом модельных частиц. Чтобы сохранить параметры плазмы, каждая модельная частица должна иметь в N раз большую массу и соответственно заряд. Таким образом, ускорение модельного иона или электрона в результате их взаимодействия с электромагнитными полями, остается таким же, как и у реальных частиц.

Для боле быстрого и рационального решения уравнений для поля выбирается сетка с постоянным или переменным шагом. Выбор шага сетки и системы координат обусловлен особенностями исследуемых процессов и численной модели. В данной работе, например, использовалась декартова система координат, которая является более экономичной, чем цилиндрическая с точки зрения затрат машинного времени.

После выбора сетки производится распределение заряда в узлы сетки. Эту процедуру также можно производить несколькими способами. Выбор способа распределения заряда зависит в основном от необходимой точности. Применяемый в данной работе способ распределения заключается в следующем. Пусть заряд попал в данную ячейку. Если мы теперь проведем плоскости через точку нахождения заряда параллельно плоскостям XZ, XY, ZY, то получится четыре куба, ограниченные проведенным плоскостями и плоскостями самой ячейки. В каждой узел данной ячейки, раздается часть заряда, которая пропорциональна объему куба противоположному примыкающего к узлу.

Далее производится вычисление сил поля в узлах сетки с помощью усреднения найденных значений потенциала по сетке. Сами же силы, действующие на частицы, находятся с помощью интерполяции, часто тем же способом, что и «раздача» заряда в узлы сетки.

Для изучения коллективного ускорения протонов с учетом физических особенности процессов коллективного ускорения ионов, описанны выше, была разработка трехмерная модель, с учетом электростатических и магнитных взаимодействий.

Цикл вычислений состоит из следующих основных этапов:

1. По заданному пространственному распределению частиц плазмы (электронов и ионов) в начальный момент времени t=0 рассчитывается плотность заряда в узлах заданной пространственной сетки  и плотность тока *.* Здесь  – номера узлов в направлениях соответственно,  *–* пространственные шаги в этих направлениях;  , , - скорости электронов в узлах сетки. Плотности зарядов в узлах сетки находятся с помощью процедуры раздачи заряда по восьми ближайшим к частице узлам. Аналогичным образом определяются плотности тока.
2. На стационарной пространственной сетке решаются уравнение Пуассона, , конечно разностная форма, которого имеет вид:

 (21)

и уравнения Пуассона, для составляющих векторного потенциала , вид которых аналогичен уравнению (21), Например, для x - составляющей:

 .(22)

1. Самосогласованное электрическое поле и магнитное поле плазмы вычисляются с помощью разностных производных. Ниже, приведены выражения для составляющих электрического и магнитного полей.

 (23)

 (24)

1. Следующим шагом является интегрирование уравнений движения частиц.

 (25)

где -  и 

где  - импульс частицы; – заряд электрона; - СВЧ - электрическое поле;  и  - собственное электрическое и магнитное поле плазмы соответственно;  - индукционное электрическое поле и  - магнитное поле создающее системами катушек устройства.

n+1, (см Таким образом, в представленной схеме реализуется последовательность вычислений: координаты, и импульсы частиц в момент времени n - плотности заряда и тока – потенциалы собственно электрического и векторного магнитного поля частиц – собственно электрическое и магнитное поля частиц и новые координаты, и импульсы частиц в момент времени ниже)

(26)

(*n* – номер временного шага, *m* – номер частицы), в результате которых частицы продвигаются на один временной шаг.

2.2. **Особенности реализации численной модели**.

В связи с тем, что на разных стадиях ускорителя моделируются различные процессы, в модели используется пространственная сетка с различным числом узлов и пространственным шагом для разных процессов. На стадии ускорения электронов в режиме синхротронного гиромагнитного авторезонанса используется сетка 32х32х32. Общее число моделируемых частиц (электронов и протонов) составляет 200000. Расчет собственного магнитного поля плазмы включается на стадии адиабатического сжатия. На этой же стадии пространственный шаг сетки уменьшается вдвое по всем направлениям. На стадии ускорения ионов расчет электрического и магнитного полей плазмы производится на движущейся сетке, связанной с одной из частиц электронной или ионной компоненты. Размер сетки в продольном (z) направлении увеличивается в 3 раза.

Для решения уравнений движения использовался метод Бориса. Конечно-разностный аналог уравнений движения в безразмерной форме имеет вид для электронов:

 (27)

и ионов

, (28)

где ,  - импульсы электрона и иона в единицах ; , и  - величины электрического поля, нормированные на ; - координаты электрона и иона в единицах ;  - магнитное поле, нормированное на  (-магнитное нарастет по линейному закону );  - временной шаг;  - отношение массы иона к массе электрона.

При переходе к следующему моменту времени цикл вычислений завершается расчетом новых координат частиц

, (29)

и получением нового распределения частиц в координатном пространстве и пространстве импульсов. В дальнейшем цикл вычислений повторяется.

Выбор данной численной модели обусловлен возможностью анализа следующих вопросов:

* Пространственное распределение частиц плазмы,
* энергетические спектры электронной и ионной компонент плазмы
* Степени заряженности получаемой плазмы
* Поля поляризации и определение оптимального градиента магнитного поля в ускорении протонов.

2.3. **Этапы моделирования коллективного ускорения протонов**.

В применении к рассматриваемым физическим процессам этапы моделирования можно представить следующим образом:

В первом этапе – ускорение электронов плазмы инжекции в условиях синхротронного гиромагнитного авторезонанса до средней энергии 0,5-1,0 МэВ. Во втором этапе – адиабатическое сжатие получаемой плазмы в условиях СГА до энергии 2,5-3,0 МэВ. В третьем этапе – ускорение протонов в области спадающего магнитного поля. В модели использовалось реальное отношение массы протона к массе электрона. Учет диамагнитных явлений, отраженных в уравнении движения для электронов, дают основание воспользоваться схемой метода частиц с учетом лишь электрических и магнитных взаимодействий.

Учитывая предполагаемые особенности исследуемого процесса, а именно: быстрое изменение плотности плазмы, ускорение протонов до релятивистских энергий, выбор шага сетки был обусловлен следующими соображениями. С одной стороны, шаг сетки должен быть порядка дебаевского радиуса плазмы после стадии адиабатического сжатия, а с другой стороны, он должен быть достаточно большим, чтобы релятивистская частица проходила расстояние равное шагу сетки не менее чем за два временных шага, то есть , где  - шаг интегрирования уравнений движения. В расчете не учитывается процесс ионизации, потому что характерное время этого процесса большее, чем время протекания процесса адиабатического сжатия. Характерное время процесса ионизации ** определяется формула

 (30)

где угловые скобки означают усреднение по распределению электронов по скоростям при температуре  - сечение процесса ионизации при относительной скорости электрон-нейтрал или электрон-ион равной . При плотности электронов 1011 см-3 и ~ с, сечение процесса ионизации ~10-18 и характерное время мс.

Учет пространственной ограниченности процесса проводился для анализа потерь частиц из плазмы, посредством ввода границ, соответствующих условиям эксперимента. Частицы, достигшие стенок камеры, считались потерянными