### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ.

Учебное пособие

### Электрические цепи синусоидального тока

* 1. Рабочая программа

1. Определение и основные величины, характеризующие синусои- дальные ЭДС, токи, напряжения. Получение синусоидальной ЭДС. Достоинства переменного тока перед постоянным. Дейст- вующее и среднее значения. Коэффициенты и формы.
2. Закон электромагнитной индукции. Самоиндукция и взаимоин- дукция. Индуктивность и взаимная индуктивность, коэффициент связи и принципы их расчета.
3. Понятие об электрической емкости.
4. Параметры схем замещения цепей переменного тока. Активные и реактивные сопротивления.
5. Применение векторов для сложения и вычитания синусоидаль- ных величин.
6. Соотношение между мгновенными значениями напряжения и то- ка для участков цепи, содержащих только активное сопротивле- ние, только индуктивность, только емкость. Соотношения между действующими значениями в тех же случаях.
7. Те же соотношения в случае последовательного соединения R, L

и C. Треугольники напряжения и сопротивления.

1. Правило расчета полного сопротивления цепи при последова- тельном соединении произвольного числа активных и реактивных сопротивлений.
2. Треугольники токов и проводимость. Правило вычисления пол- ной проводимости при параллельном соединении ветвей.
3. Различные варианты применения векторных диаграмм для гра- фического метода определения величин, для составления расчет- ных уравнений, для иллюстрации и проверки результатов расче- та.
4. Мгновенная, активная, реактивная и полная мощность. Треуголь- ник мощности.
5. Коэффициент мощности и его влияние на КПД систем электро- снабжения. Способы увеличения коэффициента мощности.
6. Применение комплексных чисел в теории цепей. Правила преоб- разования форм записи и алгебраических операций над ком- плексными числами.
7. Законы Ома и Кирхгофа в символической форме. Комплексы полного сопротивления и полной проводимости. Преобразование двухполюсников и трехполюсников в символической форме.
8. Распространение всех видов расчета цепей постоянного тока на цепи переменного тока.
9. Расчет цепей с индуктивными связями. Уравнение Кирхгофа для мгновенных значений и для действующих – в комплексной фор- ме. Индуктивно связанные цепи при параллельном и последова- тельном соединении. Трансформатор без ферромагнитного сер- дечника. Замена индуктивно связанных цепей эквивалентными, без индуктивных связей.
10. Резонанс напряжений. Резонанс токов. Резонансное явление в сложных цепях. Частотные характеристики и их зависимость от добротности.
11. Круговые диаграммы электрических цепей. Выражения ком- плексных токов и напряжений в виде уравнений дуги окружно- сти. Правила построения круговых диаграмм и определение их с помощью различных величин в случаях: последовательное со- единение, параллельное соединение, активный двухполюсник.
    1. Общие положения

Электромагнитные процессы в цепях переменного тока значительно сложнее и разнообразнее, чем в цепях постоянного тока. Более сложен и их расчет. Описание электромагнитных процессов в цепях переменного тока и методов их расчета свя- зано с применением новых понятий и определений, с введением новых величин, характеризующих переменный ток, с примене- нием другого математического аппарата. Все это отражено в п.1

– 5 рабочей программы.

Особую роль в цепях переменного тока играет явление элек- тромагнитной индукции и его частные случаи – самоиндукция. С этими явлениями связаны такие параметры цепей переменного тока как индуктивность L и взаимная индуктивность M. В цепях постоян- ного тока L и M не влияют на силу тока в установившемся режиме. В цепях же переменного тока эти параметры обуславливают сопро- тивление, называемое реактивным и зависящее от величины L, M и частоты тока f.

Конденсатор в цепи постоянного тока в установившемся ре- жиме представляет собой разомкнутый участок цепи. В цепи пере-

менного тока происходит непрерывное изменение заряда на обклад- ках конденсатора, требующее движение зарядов в присоединенных к обкладкам проводниках. В результате конденсатор оказывается эле- ментом, проводящим переменный ток. Способность конденсатора проводить ток характеризуется сопротивлением, так называемым ре- активным и зависящим от емкости C и частоты f.

Сложение и вычитание синусоидальных величин, которое не- обходимо осуществить в связи с применением законов Кирхгофа в цепях переменного тока, очень просто и наглядно выполняется с помощью векторов. Из применения векторов в теории цепей пере- менного тока логически вытекает символический метод расчета, где вектор тока, напряжения и ЭДС, а также сопротивления и проводи- мости записывается с помощью комплексных чисел. Запись этих ве- личин с помощью комплексных чисел позволяет все методы расчета цепей постоянного тока, правила их преобразования распространить на цепи синусоидального тока. Применение векторов в цепях пере- менного тока предусмотрено п.5 рабочей программы.

После проработки указанного материала можно переходить к изучению соотношений между напряжением и током в отдельных элементах цепи: R, L, C. При этом обратить внимание на вывод со- отношений для мгновенных, амплитудных и действующих значений. Для понимания последующего материала и безошибочного расчета цепей переменного тока необходимо твердо запомнить, что в актив- ном сопротивлении ток совпадает по фазе с напряжением, в индук- тивном отстает от напряжения на четверть периода, в емкостном – на четверть периода опережает его. При изображении напряжения и

тока в виде векторов в первом случае угол между этими векторами будет равен нулю, а во втором и третьем случаях составляет ±π/2 со- ответственно. Выражения мгновенных значений тока при

U  Um sint , графики и векторные диаграммы, а также закон

Ома для отдельных элементов приведены в таблице 2.1.

В цепях с последовательным соединением R и L, R и C или R, L и C используются понятия активной и реактивной составляющей напряжения. Активная составляющая совпадает по фазе с током. Ре- активная – опережает ток или отстает от него на ±π/2. Соотношения между векторами общего напряжения цепи и его составляющих та- кие же, как между гипотенузой и катетами в прямоугольном тре- угольнике. Треугольникам напряжения соответствуют подобные им треугольники сопротивления. Соотношения, вытекающие из тре- угольников напряжения и сопротивления, широко применяются при расчете цепей синусоидального тока, содержащих только последова- тельно или только параллельно соединенные участки.

Из векторной диаграммы для цепи с последовательным соеди- нением любого числа элементов следует правило, по которому ак- тивные сопротивления складываются арифметически, а реактивные

– алгебраически. Полное сопротивление всей цепи вычисляется как гипотенуза треугольника, катетами которого являются суммарные активное и реактивное сопротивления.

Методика расчета цепей с параллельным соединением основа- на на разложении векторов тока на активную и реактивную состав- ляющие. В результате получаются треугольник тока и вытекающий

из него треугольник проводимостей. Из этих треугольников следуют необходимые для расчета соотношения.

При расчете цепей со смешанным соединением целесообразно применять символический метод, при котором заданное напряжение и сопротивления (или проводимости) ветвей записываются в виде комплексных чисел. Для расчета сложных цепей с несколькими ис- точниками ЭДС практически применяется только символический метод. В результате расчета вычисляются комплексы токов и напря- жений в отдельных участках, которые содержат их величину и на- чальную фазу.

Для успешного применения символического метода расчета цепей необходимо надежно усвоить правила перехода от алгебраи- ческой формы записи комплексных чисел к показательной и обрат- но, а также правила, по которым выполняются алгебраические дей- ствия с комплексными числами. Принципы выбора конкретного ме- тода расчета в символической форме те же, что и для цепи постоян- ного тока. Процесс расчета можно существенно облегчить, а вероят- ность ошибок уменьшить, если пользоваться современной вычисли- тельной техникой: ЭВМ, ПК и даже программируемым микрокаль- кулятором (ПМК).

Приступая к изучению вопросов 6–10 и 13–.15 рабочей про- граммы, нужно иметь в виду, что в большинстве современных учеб- никах по теории цепей применение векторов и комплексных чисел рассматривается одновременно.

В результате проработки вопросов 11 и 12 рабочей програм- мы, необходимо уяснить смысл различных составляющих мощности

(мгновенной, активной, реактивной, полной), соотношения между ними, запомнить формулы для их вычисления, а также формулу комплексной мощности. Уяснить особенности баланса мощности в цепях переменного тока, а также условия передачи максимальной мощности в приемник энергии.

Особое внимание обратить на роль коэффициента мощности, в частности, на зависимость от него КПД линий электропередачи и других элементов систем электроснабжения, на способы увеличения коэффициента мощности.

Изучая резонансные явления (п.17 рабочей программы), нужно понять при каких условиях они возникают, в чем они проявляются. Обратить внимание на полезные и возможные нежелательные про- явления. При расчете цепей с резонансами в ряде случаев удается обойтись минимальным числом исходных данных.

Одним из наглядно изложенных способов описания свойств цепей переменного тока и методов их анализа является изображение зависимости токов, напряжений и других величин от каких-либо па- раметров в виде круговых диаграмм (п.18 рабочей программы). Этим примером, в частности, пользуются в курсе электрических ма- шин.

* 1. Основные соотношения

1. **Мгновенные значения тока, напряжения, ЭДС, синусои-**

**дально изменяющиеся с течением времени**:

i  Im sin t  i ;

u  Um sin t  u ; e  Em sin t  e ,

где Im, Um, Em – максимальное значение или амплитуда тока, напряжения, ЭДС;

t  i ,t  u ,t  e – фаза (фазовый угол), тока на-

пряжения, ЭДС;

i ,u ,e – начальная фаза тока, напряжения, ЭДС. ω – угловая частота.

Период T, угловая частота ω и частота f связаны соотно- шением

  2f  2 .

T

1. **Действующее значение синусоидально изменяющихся то- ка, напряжения, ЭДС** соответственно равны:

I  Im ; U  Um ;E  Em .



2



2



2

1. **Среднее значение синусоидально изменяющегося тока, напряжения, ЭДС за половину периода**:

Icp

 2 I



m  0.637Im ;

Ucp

 2 U



m  0.637Um ;

Ecp

 2 E



m  0.637Em.

1. **Последовательное соединение элементов.** Если цепь, со- стоящая из последовательно соединенных R, L, C, включена на напряжение

u  Um sint  u  ,

то по ней протекает ток

i  Im sint  u   ,

где

 L  1 

R 2   L 



1 2



C 



I  Um  Um ;  arctg  C .

m z  R 

 

 

Действующее значение тока будет определяться (закон Ома для действующих значений):

I  U  U , z

R 2   L 



1 2



C 



где

L  xL

* индуктивное сопротивление;

1  x

C C

* емкостное сопротивление;

L  1

C

 x  x

L  xC

* реактивное сопротивление;

z  

R 2  L 



1 2



C 



R 2  x2

– полное сопротивле-

ние.

1. **Треугольник напряжения, сопротивлений.** Приложенное к цепи напряжение может быть разложено на две составляю-

щие

Ua  RI

– активную, совпадающую по фазе с током,

Up  xI

– реактивную, опережающую по фазе на

 2 ,x  xL  xC   0

 2 ,x  xL  xC   0

или отстающую по фазе на от тока.

Ua I

*Рисунок 2.1*



U

?

Ua

U

p

I



?

U

Up

Из треугольника напряжений следует:

Ua  RI  Ucos; Up  xI  Usin;

U  U2  U2 .

a p

Треугольнику напряжений соответствует треугольник со- противления.

R



z

φ

**х**

R



φ

z

х

*Рисунок 2.2*

Из треугольника сопротивлений следуют соотношения:

cos  R ;sin   x ; tg   x .

z z R

1. **Параллельное соединение двух ветвей, в состав которых соответственно входят R1, L и R2, C.** Если в цепи приложе- но напряжение

u  Um sint  u  ,

то ток определяется

i  Im sint  u   ,

где

I  U y  U

 U g

 g 2  b

* b 2 ;  arctg bL  bC .

m m m m 1 2 L C

g2  b2

 g  g 

 1 2 

Действующее значение тока (закон Ома для действующих значений):

I  Uy  U  U ,

g2  b2



g  g  b

1 2



2



L C

* b



2

где

g  R1 

1 z2

R1

R 2  x2

* активная проводимость первой ветви;

1 1 L

b  xL

L z2

 x L

R 2  x2

1 1 L

первой ветви;

g  R 2

2 z2

 R 2

R 2  x2

* активная проводимость второй ветви;

2 2 C

b  xC

C z2

 xC

R 2  x2

* реактивная (емкостная) проводимость

2 2 C

второй ветви;

g  g1  g2 – активная проводимость цепи;

b  bL  bC – реактивная проводимость цепи;

y  – полная проводимость цепи.

g2  b2

1. **Треугольник токов, проводимостей.** Ток I, проходящий в цепи, может быть разложен на две составляющие: Ia=Ug – активную, совпадающую по фазе с приложенным напряже-

нием, и Iр=Ub – реактивную, отстающую от напряжения по фазе на π/2 (b=bL-bC>0) и опережающую от напряжения по фазе на π/2 (b=bL-bC<0).

Ia U



φ

I

Ia

I

p

U



φ

I

I

p

*Рисунок 2.3*

Из треугольника тока следует:

Ia  gU  Icos; Ip  bU  Isin ;

I   yU.

I2  I2

a p

стей

Треугольнику тока соответствует треугольник проводимо-

g

y b



φ

y

φ b

g

*Рисунок 2.4*

Треугольник проводимостей дает следующие соотноше-

ния:

cos  g ;sin   b ; tg   b . y y g

1. **Переход от последовательной схемы к эквивалентной параллельной схеме** осуществляется по формулам:

g  R

R 2  x2

b  x

R 2  x2

 R ; z2

 x ; z2

y   1

g2  b2

R 2  x2

 1 . z

При переходе от параллельной схемы к эквивалентной по- следовательной используют следующие формулы:

R  g g2  b2

x  b g2  b2

z 

R 2  x2

 g ; y2

 b ; y2

 1

g2  b2

 1 . y

1. **Активная, реактивная и полная мощности** определяются по формулам:

P  I2R  U  I  cos  U2g; Q  I2x  U  I  sin   U2b;

S   U  I  I2z  U2y.

P2  Q2

Для всякой электрической цепи справедливы следующие балансы мощностей:

Pи Pn ;

Qи Qn ,

где Pи, Qи – мощности источников; Pn, Qn – мощности потребителей.

###### При последовательном соединении нескольких сопро- тивлений (элементов) различного характера имеем:

n n

Ua  Uka  IRk ;

k1 k1

n n

Up  Ukp  Ixk ;

k1 k1

U   I .

U2  U2

a

p



 Rk    xk 

 k1   k1 

∑

n

2



∑

n

2

Сдвиг фаз между общим напряжением U и током I:

 n 



x

 k 

 arctg k1  .

n

 



R

 k 

 k1 

###### При параллельном соединении нескольких сопротивле- ний (элементов) различного характера имеем:

n n

Ia  Ika  Ugk ;

k1 k1

n n

Ip  Ikp  Ubk ;

k1 k1

I   U .

I2  I2

a p



 gk    bk 

 k1   k1 

∑

n

2



∑

n

2

Сдвиг фаз между напряжением U и током I, проходящим в неразветвленной части цепи:

 n 



b

 k 

 arctg k1  .

n

 



g

 k 

 k1 

###### Символический метод расчета

* 1. **Комплексные числа и действия над ними.** Комплекс- ное число, соответствующее точке на комплексной плоскости, может быть записано в следующих формах:

алгебраической



Im

ja2

a

α

Re

a1

A  a1  ja2 ;

тригонометрической

A  a cos  jsin  ;

*Рисунок 2.5*

показательной

A  aej .

Здесь

a1  a cos  ReA– вещественная часть комплексного

числа A ;

a2  a sin  ImA– мнимая часть комплексного числа;

j   ej90 – мнимая единица;

1

a  A 

 a 2

sin 

a 2  a2

1 2

 a1

cos

– модуль комплексного

числа A (всегда положителен);

 arctg  a 2  – угол (или аргумент) комплексного числа.

a

 

 1 

Комплексное число

Aˆ  a  ja  a e j

называется ком-

плексно-сопряженным числу

1 2

A  a  ja  aej .

Сложение и вычитание комплексных чисел:

1 2

A  B  a1  ja2   b1  jb2   a1  b1   ja2  b2  .

Умножение:

A  B  a1  ja2   b1  jb2   a1  b1  a 2  b2   ja2  b1  a1  b2  

 a ej  bej  a  bej

Деление:

A  A  Bˆ

 a1  ja2  a1b1  a2b2

 ja 2b1  a1b2 

##### B B Bˆ

b  jb b2  b2

b2  b2

 a ej

bej

#####  a e b

1 2 1 2 1 2

j

Произведение комплексно сопряженных чисел:

A  Aˆ

 a

 ja   a  ja   a2  a 2  a ej  a e j  a2 .

1 2 1 2 1 2

Возведение в степень:

An  a  ja n  a ej n  an ejn .

1 2

Извлечение корня:

  n ae

n A

n a ej

 2k

n ,

j

где k– целое число.

При n целом и положительном корень имеет n различных значений, соответствующих числам k=0, 1, 2…,(n-1) (много- значность извлечения корня).

###### Представление синусоидально изменяющихся ЭДС, токов, напряжений комплексными числами.

Синусоидально изменяющееся ЭДС

e  Esint  e 

можно полностью охарактеризовать, задав комплексную ампли-

туду ЭДС

m m

E  E e je

или комплексное действующее значение

ЭДС

E  Eeje , E  Em 

2





.



 

Синусоидальный ток

i  Im sint  i 

полностью опреде-

ляется комплексной амплитудой тока

m

I  I e ji

или его ком-

плексным действующим значением

m

I  Ieji ,  I  Im 

2





.



Напряжение

u  Um sint  u 

 

может быть полностью

определено комплексной амплитудой

U  U eju

или его ком-

плексным действующим значением

m m

U  Ueju , U  Um 

2





.



 

* 1. **Комплексное сопротивление.** Комплексная проводи- мость. Пассивный участок цепи определяется комплексным со- противлением:

1. U eju

z  I  Ieji 

U eju i  

I

 zej  zcos  jzsin  R  jx,

где U и I – комплексные действующие значения напряжения и тока участка цепи;

R– активное сопротивление участка цепи;

X– реактивное сопротивление участка цепи; Z– полное сопротивление участка цепи;

φ– угол сдвига по фазе между напряжением и током. Величина, обратная комплексному сопротивлению, назы-

вается комплексной проводимостью:

1. 1 Ieji

y  U  z  Ueju 

I e ju i  

U

 yej  ycos  jysin  g  jb,

где g – активная проводимость участка цепи;

b – реактивная проводимость участка цепи; y – полная проводимость участка цепи.

###### Закон Ома в комплексной форме:

для пассивного участка цепи:

I  Uab ;

zab

для активного участка цепи:

I  Uab  E .

zab

###### Закон Кирхгофа в комплексной форме

Первый закон Кирхгофа в применении к узлу электриче- ской цепи имеет вид

n

 I k  0 .

k1

При записи этого уравнения комплексные токи, направ- ленные к узлу, берутся с одним знаком (+), а комплексные то- ки, направленные от узла, со знаком (-) или наоборот.

Второй закон Кирхгофа применяется к замкнутому конту- ру цепи и имеет вид

n n

 I k zk  Ek ,

k1 k1

где

n

 I k zk – алгебраическая сумма комплексных падений на-

k1

пряжения замкнутого контура;

n

Ek – алгебраическая сумма комплексных ЭДС замкну-

k1

того контура.

При записи этого уравнения

I k zk и Ek

берутся со знаком

плюс, если направление тока

I k и ЭДС Ek

совпадают по на-

правлению обхода контура, в противном случае они берутся со знаком минус.

###### Последовательное и параллельное соединения сопротивлений.

При последовательном соединении участков цепи ком- плексное эквивалентное сопротивление равно сумме комплекс- ных сопротивлений отдельных участков:

n n n

z  zk  Rk  jxk .

k1 k1 k1

При параллельном соединении ветвей цепи комплексная эквивалентная проводимость равна сумме комплексных прово- димостей ветвей:

n n n

y  y k  gk  jbk .

k1 k1 k1

###### Комплексная мощность

S  U  ˆI  P  jQ  Sej 

 U  Icos  jU  Isin ,

где S  U  I – полная мощность;

P  ReS  Re U  Iˆ   U  Icos– активная мощность;

Q  ImS  Im U  Iˆ   U  Isin – реактивная мощность.

Баланс мощностей в комплексной форме имеет вид:

E ˆI

n

* U ˆI

  n

I2 z ,

k k k k k k k1 k1

где

Uk – комплексное напряжение на источнике тока (оно определя- ется расчетом цепи внешней по отношению к зажимам ис- точника тока);

ˆI k – комплекс тока, сопряженный току

I k источника тока;

n

E k k1

ˆI k – алгебраическая сумма (плюс, если

Ek и I k – совпада-

ют по направлению, минус – в противоположном случае);

Uk ˆI k – алгебраическая сумма (плюс, если

Ukи I k – совпадают по

направлению, минус – в противном случае);

n

I z

2 – комплексная мощность потребителей.

k k

k1

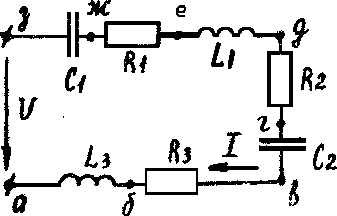
* 1. Типовые примеры. Расчет электрических цепей синусоидального тока

В цепи на рис.2.6 заданы: U=300 В; f=50 Гц; R1=R3=6 Ом; R2=12 Ом; L1=25,48 мГн; L3=111,46 мГн; C1=199 мкФ; C2=353,8

мкФ. Необходимо: а) вычислить ток;

б) построить топографическую векторную диаграмму;

в) определить напряжение между точками в и а, д и в, з и д; г) вычислить полную, активную и реактивную мощности.



*Рисунок 2.6*

Решение

Определим индуктивное и емкостное сопротивления:

x  L  2fL

 314  25.48 103  8

Ом;

L1 1 1

x  L  2fL  314 114.46 103  35

L 3 3

3

1 1 106

Ом;

x 1  C

C



2fC

  16 Ом;

314 199.00

1 1

1 1 106

x 2  C

C



2 2fC2

  9

314  353.80

Ом .

Находим эквивалентные активное, реактивное и полное сопротивления:

Rэ  R1  R 2  R3  6  12  6  24

Ом;

xэ  xL  x L  xC  xC

 8  35 16  9  18 Ом;

1 3 1 2

zэ  

R 2  x2

э э

242  182

 30

Ом.

Ток в цепи определяем по закону Ома:

I  U

zэ

 300  10 A.

30

Для построения векторной топографической диаграммы вычислим по закону Ома напряжение на всех элементах цепи:

UR  I  R1  10  6  60 B;

1

U  I  R 2  10 12  120 B; U  I  R3  10  6  60 B;

R

R

2

3

UL  I  xL

 10  8  80 B;

1 1

U  I  x

L

L

3 1

 10  35  350 B;

UC  I  xC

 10 16  160 B;

1 1

U  I  x

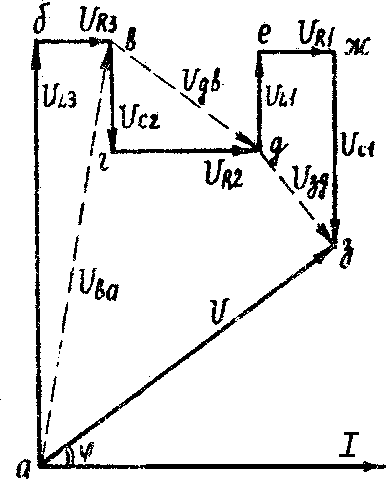
C

C

2 2

 10  9  90 B.

Диаграмму рис.2.7 строим в следующем порядке. Откла- дываем произвольно, например горизонтально, вектор тока I, который является общим для всех элементов цепи. Векторы на- пряжения откладываем в таком порядке, в каком расположены элементы цепи на схеме, начиная с точки а и заканчивая точкой з. При этом каждый следующий вектор проводится из точки, где заканчивается предыдущий. При таком построении осуще- ствляется сложение векторов, а следовательно, и соответст- вующих синусоидальных напряжений. Вектор, соединяющий начало построения (точка а) с концом последнего вектора (точ- ка з), есть напряжение на входных зажимах. Точки б, в, ..., з на топографической диаграмме можно рассматривать как потен- циалы соответствующих точек на схеме относительно точки а.



*Рисунок 2.7*

Векторы напряжений, которые нужно определить, показа- ны на диаграмме прерывистыми линиями. Их величину можно получить, измерив длину и умножив на выбранный масштаб, но можно и вычислить исходя из диаграммы:

Uва 

Uдв 

Uзд 

  355 B;

  150 B;

U2

R3

* U2

L3

602  3502

U2

R 2

* U2

C2

1202  902



U2

R1

* U

L1

* U

C1

2

602  80 1602

 100 B.

Полная мощность:

S  UI  300 100  3000 BA.

Для вычисления активной P и реактивной Q мощностей определим угол сдвига фаз между напряжением и током:

  arctg xэ



R

  arctg 18   36.7.

24

  

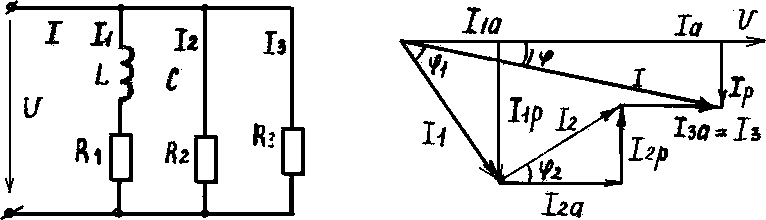
 э   

Угол φ можно определить и непосредственно измерением на диаграмме (рис.2.7).

Активная и реактивная мощность:

P  S cos  3000  cos36.7  2400 Вт; Q  Ssin  3000  sin 36.7  1800 BAp.

В цепи на рис.2.8 заданы: U=120 В; R1=6 Ом; R2=12 Ом; R3=20 м, xL=8 Ом; xC=9 Ом. Определить токи в ветвях и в неразветвленной части цепи, вычислить полную, активную и реактивную мощности, построить векторную диаграмму.



*Рисунок 2.8 Рисунок 2.9*

Решение

Определить полное сопротивления и углы сдвига фаз в ветвях:

z  

R 2  x2

1 L

 10 Ом;  arctg xL   arctg 8   53.13;

1 1  R   6 

62  82

 1   

z  

R 2  x2

2 C

 15 Ом;  arctg xC   arctg 9   36.87;

2 2  R   12 

122  92

z3  R 3  20 Ом;  0.

 2   

Токи в ветвях:

I  U  120  12A; I

 U  120  8A; I

 U  120  6A.

1 z 10

2 z 15

3 z 20

1 2 3

Активные и реактивные составляющие токов:

I1a I1p I2a I2p I3a I3p

 I1  cos1   12  cos53.13  7.2A;

 I1  sin1   12  sin53.13  9.6A;

 I2  cos2   8  cos 36.87  6.4A;

 I2 sin2   8 sin 36.87  4.8A;

 I3  cos3   6  cos0  6A;

 I3  sin3   6  sin0  0A.

Активная и реактивная составляющие общего тока:

Ia  I1a  I2a  I3a  7.2  6.4  6.0  19.6A; Ip  I1p  I2p  I3p  9.6  4.8  0  4.8A.

Ток в неразветвленной части цепи:

I  

I2  I2

a p

19.62  4.82

 20.18A.

Полная мощность:

S  U  I  120  20.18  2421.6BA .

Коэффициент мощности:

cos  Ia 

19.6

 0.97

I 20.18

Активная и реактивная мощность

P  S cos  2421.6  0.97  2351.4Вт;

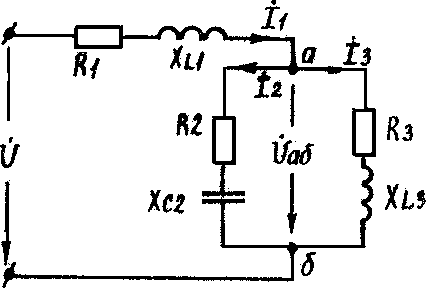
2421.62  2351.42

Q  

S2  P2

 579.0BAp.

Векторная диаграмма построена на рис.2.9.

В цепи на рис.2.10 заданы: U=200 В; R1=4,87 Ом; R2=20 Ом; R3=12 Ом; xL1=11,12 Ом; xL3=16 Ом; xC2=15 Ом. Определить токи. Проверить баланс мощности. Построить векторную диаграмму.

*Рисунок 2.10*

Решение Комплексные сопротивления ветвей:

z  4.87  j11.12  14.14ej66.3 ;

1

z  20.00  j15.00  25.00e j36.9 ; z  12.00  j16.00  20.00ej53.1.

2

3

Комплексные сопротивления разветвленного участка и всей

цепи:

z  z 25.00e j36.9  20.00ej53.1

j14.4

zаб  2 3   15.62e

 15.13  j3.88;

z  z 25.00e j36.9  20.00ej53.1

2 3

z  z  z  4.87  j11.12 15.13  j3.88  20.00  j15.00  25.00ej36.9.

1 аб

Будем считать, что вектор заданного напряжения U направлен по вещественной положительной полуоси комплексной плоскости, т.е. примем U  200B .

Ток неразветвленной части цепи (он же ток первой ветви):

I  U  200

 8e j36.9  6.40  j4.80 A .

1 z 25e j36.9

Напряжение на разветвленном участке:

U  ˙I z  8e j36.9 15.62ej14.4  125e j22.5 .

аб 1 аб

Токи второй и третьей ветвей:

U 125e j22.5

j14.4

I 2  аб  

 5.0e

 4.84  j1.24;

z2 25e

j36.9

U 125e j22.5  j75.6

I 3  аб  

 6.25e

 1.55  j6.05.

z3 25e

j53.1

Комплекс полной мощности и ее составляющие:

S  U  ˆI1

 200  8ej36.9  1600ej36.9  1280  j960;

P  1280Вт; Q  960BAp.

Активная и реактивная мощность в отдельных ветвях:

P  R I2  4.87  82  311.68Вт;

1 1 1

Q  x I2  11.12  82  711.68BAp;

1 L1 1

P  R I2  20.0  5.02  500.00Вт;

2 2 2

Q  x I2  15.0  5.02  375.00BAp;

2 C2 2

P  R I2  12.0  6.252  468.75Вт ;

3 3 3

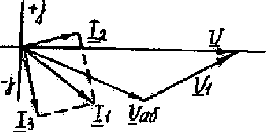
Q  x I2  16.0  6.252  625.00BAp.

3 L3 3

Баланс активной и реактивной мощности:

P1  P2  P3  1280.43  1280  PВт; Q1  Q2  Q3  961.68  960  QBAp.

Векторная диаграмма показана на рис.2.11.



*Рисунок 2.11*

Рассчитать токи в цепи на рис.2.12, проверить баланс мощно-

сти, построить топографическую диаграмму, совмещенную с век-

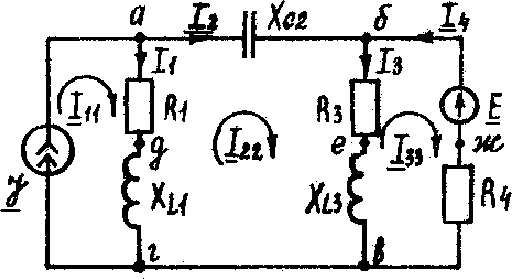
торной диаграммой токов.

*I*  5  j5; E˙

 100  j100;

R1=8 Ом; R3=6

Ом; R4=10 Ом; xL1=6 Ом; xC2=10 Ом; xL3=8 Ом.



*Рисунок 2.12*

Решение

Применим метод контурных токов. Разметим токи в ветвях и

контурные токи, как показано на рис.2.12. учтем, что

I11  *I*

 5  j5.

Для оставшихся двух неизвестных контурных токов составим систему уравнений:

 I 22  z1  z2  z3   I 33 z3  *I* z1;

  I z  I  z  z   E;

 22 3 33 3 4

В этих уравнениях:

z1  8  j6; z2   j10; z3  6  j8;

z4  10; *I*˙z1  5  j58  j6  10  j70.

После подстановки числовых значений получим:

14  j4 I 22  6  j8 I 33  10  j70;

6  j8 I 22  16  j8 I 33  100  j100.

Определитель матрицы сопротивлений:

  14  j4

6  j8  220  j80 .

6  j8 16  j8

Определитель матрицы токов:

  10  j70

6  j8  1800  j1000;

22

33 

100  j100 16  j8

14  j4 10  j70

6  j8 100  j100

 2300  j1500.

Контурные токи:

I 22

 22



 5.766  j6.642  8.796ej130.96

A;

I 33

 33



 7.044  j9.380  11.730ej126.90 A.

Токи в ветвях:

I  *I*  I  10.766  j1.642  10.89e j8.67

1 22

A;

I  I  5.766  j6.642  8.796e130.96

2 22

A;

I  I  I  1.278  j2.738  3.021e j64.98

3 22 33

A;

I   I  7.044  j9.380  11.730e j53.09

4 33

A.

Полная мощность, отдаваемая источником тока и источником

ЭДС:

S*I*  Uаг *I*  z1 I 1 *I*

 737.20  j222.60

BA;

SE  E I 4  1642.30  j233.60

BA.

Суммарная полная, активная и реактивная мощность источни-

ков:

S  S*I*  SE  2379.50  j11.00

BA;

P  2379.50

Вт; Q  11.00

BAp.

Суммарная активная и реактивная мощности в ветвях:

R I2  R I2  R I2  2379.4  P

1 1 3 3 4 4

x I2  x I2  x I2  10.87  Q

Вт;

BAp.

L1 1 C2 2 L3 3

Баланс мощностей соблюдается, следовательно, токи рассчи- таны правильно.

Для построения топографической диаграммы вычислим ком- плекс потенциалов точек, обозначенных на схеме (рис.2.12), приняв:

˙2  ˙в  0;

˙д  ˙г  jx I˙  9.852  j64.596;

L1 1

˙а  ˙д  R ˙I  95.980  j51.460;

1 1

˙е  ˙в  jx I˙  21.900  j10.220;

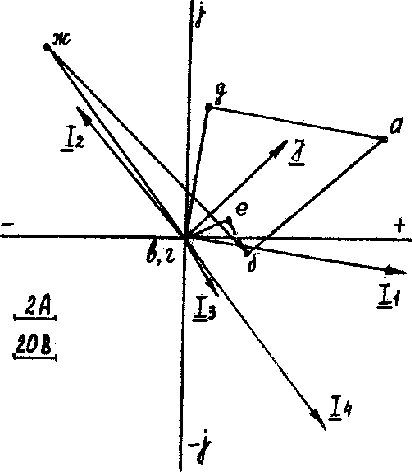
L3 3

˙б  ˙е  R ˙I  29.567  j6.203;

3 1

˙ж  ˙ в  R I˙  70.438  j93.796.

4 4

Топографическая диаграмма, совмещенная с векторами токов, показана на рис.2.13.

*Рисунок 2.13*