

Считая, что индуктивная связь между катушками отсутствует:

а) определить токи во всех ветвях схемы;

б) построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений;

в) составить баланс активных и реактивных мощностей;

г) определить показания ваттметра.

Исходные данные:

$$E_1 = 100 \text{ В}, \quad E_2 = 100 \text{ В}$$

$$\alpha = 30 \text{ град}$$

$$R_1 = 4 \text{ Ом}, \quad R_2 = 5 \text{ Ом}, \quad R_3 = 2 \text{ Ом}$$

$$L_1 = 20 \text{ мГн}, \quad L_2 = 30 \text{ мГн}, \quad L_3 = 10 \text{ мГн}$$

$$C_1 = 200 \text{ мкФ}, \quad C_2 = 250 \text{ мкФ}, \quad C_3 = 250 \text{ мкФ}$$

$$F = 50 \text{ Гц}$$

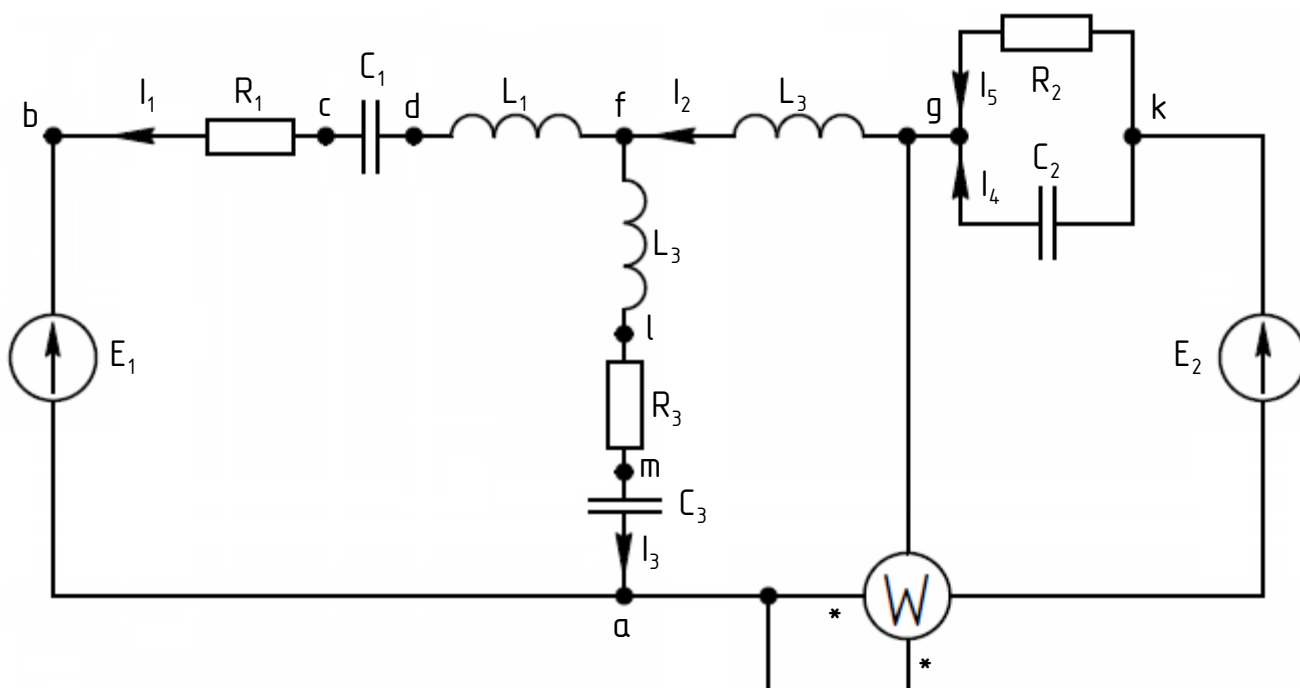


Рисунок 1 - Схема электрической цепи

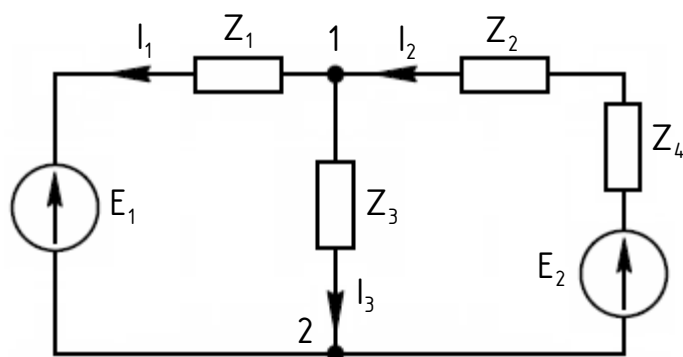


Рисунок 2 - Схема замещения электрической цепи

Для выполнения расчета запишем исходные данные в формате представления программы Mathcad.

Найдем индуктивное сопротивление для катушек индуктивности и ёмкостное сопротивление для конденсаторов:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot 3.14159 \cdot 50 = 314.159$$

$$X_{L_1} = L_1 \cdot \omega = 0.02 \cdot 314.159 = 6.283 \text{ Ом}$$

$$X_{L_2} = L_2 \cdot \omega = 0.03 \cdot 314.159 = 9.425 \text{ Ом}$$

$$X_{L_3} = L_3 \cdot \omega = 0.01 \cdot 314.159 = 3.142 \text{ Ом}$$

$$X_{C_1} = \frac{1}{\omega \cdot C_1} = \frac{1}{314.159 \cdot 0.0002} = 15.915 \text{ Ом}$$

$$X_{C_2} = \frac{1}{\omega \cdot C_2} = \frac{1}{314.159 \cdot 0.00025} = 12.732 \text{ Ом}$$

$$X_{C_3} = \frac{1}{\omega \cdot C_3} = \frac{1}{314.159 \cdot 0.00025} = 12.732 \text{ Ом}$$

Определим действующие комплексные значения для источников ЭДС с учетом сдвига по фазе:

$$E_1 = E_1 e^{j \cdot 0^\circ} = 100 e^{j \cdot 0^\circ} = 100 \text{ В}$$

$$E_2 = E_2 e^{j \cdot \alpha^\circ} = 100 e^{j \cdot 30^\circ} = 86.603 + 50j \text{ В}$$

Найдем комплексные сопротивления каждой ветви на замещенной схеме электрической цепи:

$$Z_1 = R_1 + j \cdot X_{L_1} - j \cdot X_{C_1} = 4 + 6.283j - 15.915j = 4 - 9.632j \text{ Ом}$$

$$Z_2 = j \cdot X_{L_2} = 9.425j \text{ Ом}$$

$$Z_3 = R_3 + j \cdot X_{L_3} - j \cdot X_{C_3} = 2 + 3.142j - 12.732j = 2 - 9.591j \text{ Ом}$$

$$Z_4 = \frac{R_2 \cdot (-j \cdot X_{C_2})}{R_2 - j \cdot X_{C_2}} = \frac{5 \cdot (-12.732j)}{5 - 12.732j} = 4.332 - 1.701j \text{ Ом}$$

По методу двух узлов найдем все токи в ветвях на замещенной схеме (рисунок 2). Потенциал узла 2 принимаем равным нулю $\varphi_{22} = 0$, т.е. этот узел заземлим.

$$g_{11} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2 + Z_4} + \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{4 - 9.632j} + \frac{1}{9.425j + 4.332 - 1.701j} + \frac{1}{2 - 9.591j} = 0.113 + 0.09j$$

$$I_{11} = \frac{E_1}{Z_1} + \frac{E_2}{Z_2 + Z_4} = \frac{100}{4 - 9.632j} + \frac{86.603 + 50j}{9.425j + 4.332 - 1.701j} = 13.386 + 3.087j \text{ А}$$

$$\varphi_{11} = \frac{I_{11}}{g_{11}} = \frac{13.386 + 3.087j}{0.113 + 0.09j} = 85.85 - 41.094j \text{ В}$$

$$I_1 = \frac{\varphi_{11} - E_1}{Z_1} = \frac{85.85 - 41.094j - 100}{4 - 9.632j} = 3.118 - 2.764j \text{ А}$$

$$I_2 = \frac{-\varphi_{11} + E_2}{Z_2 + Z_4} = \frac{-85.85 + 41.094j + 86.603 + 50j}{9.425j + 4.332 - 1.701j} = 9.013 + 4.958j \text{ А}$$

$$I_3 = \frac{\varphi_{11}}{Z_3} = \frac{85.85 - 41.094j}{2 - 9.591j} = 5.895 + 7.722j \text{ А}$$

Найдем токи в ветвях параллельного соединения сопротивления R_2 и конденсатора C_2 :

$$I_4 = I_2 \cdot \frac{R_2}{R_2 - j \cdot X_{C_2}} = (9.013 + 4.985j) \cdot \frac{5}{5 - 12.732j} = -0.483 + 3.729j \text{ A}$$

$$I_5 = I_2 \cdot \frac{-j \cdot X_{C_2}}{R_2 - j \cdot X_{C_2}} = (9.013 + 4.985j) \cdot \frac{-12.732j}{5 - 12.732j} = 9.496 + 1.229j \text{ A}$$

Для построения топографической диаграммы вычислим комплекс потенциалов точек, обозначенных на схеме (рис. 1). Потенциал точки а принимаем равным нулю $\varphi_a = 0$, т.е. этот узел заземлим. Определим потенциалы всех остальных точек схемы:

$$\varphi_a = 0 \text{ В}$$

$$\varphi_b = \varphi_a + E_1 = 0 + 100 = 100 \text{ В}$$

$$\varphi_c = \varphi_b + I_1 \cdot R_1 = 100 + (3.118 - 2.764j) \cdot 4 = 112.474 - 11.056j \text{ В}$$

$$\varphi_d = \varphi_c + I_1 \cdot (-j \cdot X_{C_1}) = 112.474 - 11.056j + (3.118 - 2.764j) \cdot (-15.915j) = 68.483 - 60.688j \text{ В}$$

$$\varphi_f = \varphi_d + I_1 \cdot j \cdot X_{L_1} = 68.483 - 60.688j + (3.118 - 2.764j) \cdot 6.283j = 85.85 - 41.094j \text{ В}$$

$$\varphi_l = \varphi_f - I_3 \cdot j \cdot X_{L_3} = 85.85 - 41.094j - (5.895 + 7.722j) \cdot 3.142j = 110.109 - 59.614j \text{ В}$$

$$\varphi_m = \varphi_l - I_3 \cdot R_3 = 110.109 - 59.614j - (5.895 + 7.722j) \cdot 2 = 98.319 - 75.058j \text{ В}$$

$$\varphi_n = \varphi_m - I_3 \cdot (-j \cdot X_{C_3}) = 98.319 - 75.058j - (5.895 + 7.722j) \cdot (-12.732j) = 0 \text{ В}$$

$$\varphi_g = \varphi_f + I_2 \cdot j \cdot X_{L_2} = 85.85 - 41.094j + (9.013 + 4.958j) \cdot 9.425j = 39.121 + 43.854j \text{ В}$$

$$\varphi_k = \varphi_g + I_2 \cdot Z_4 = 39.121 + 43.854j + (9.013 + 4.958j) \cdot (4.332 - 1.701j) = 86.603 + 50j \text{ В}$$

$$\varphi_a = \varphi_k - E_2 = 86.603 + 50j - 86.603 + 50j = 0 \text{ В}$$

Составим баланс активных и реактивных мощностей.

Полная комплексная мощность источников:

$$S_u = -E_1 \cdot I_1^* + E_2 \cdot I_2^* = -100 \cdot (3.118 + 2.764j) + (86.603 + 50j) \cdot (9.013 - 4.958j) = 716.639 - 255.099j \text{ ВА}$$

Активная мощность источников:

$$P_u = 716.639 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность источников

$$Q_u = -255.099 \text{ ВАр}$$

Полная мощность потребителей:

$$S_n = \left(R_1 \cdot |I_1|^2 + R_2 \cdot |I_5|^2 + R_3 \cdot |I_3|^2 + j \cdot X_{L_1} \cdot |I_1|^2 + j \cdot X_{L_2} \cdot |I_2|^2 + \right. \\ \left. + j \cdot X_{L_3} \cdot |I_3|^2 - j \cdot X_{C_1} \cdot |I_1|^2 - j \cdot X_{C_2} \cdot |I_4|^2 - j \cdot X_{C_3} \cdot |I_3|^2 \right) = 716.639 - 255.099j \text{ ВА}$$

Активная мощность потребителей:

$$P_n = 716.639 \text{ Вт}$$

Реактивная мощность потребителей

$$Q_n = -255.099 \text{ ВАр}$$

$$P_u = P_n = 716.639 \text{ Вт}$$

$$Q_u = Q_n = -255.099 \text{ ВАр}$$

Баланс мощностей соблюдается, следовательно, токи рассчитаны правильно.

Определим показания ваттметра