z= y2 +8x2 -16xy +1 M0 (-1 ; -1) *a* = -5*i* + 12*j*

а) Частные производные первого порядка

z’x = $\frac{∂z}{∂x}$ = 16x – 16y

z’y = $\frac{∂z}{∂y}$ = 2y – 16x

Частные производные второго порядка

Z’’xx = $\frac{∂^{2}z}{∂x^{2}}$= 16

Z’’yy = $\frac{∂^{2}z}{∂y^{2}}$= 2

Z’’xy = $\frac{∂^{2}z}{∂x∂y}$= - 16

б) Уравнение касательной плоскости в точке M0 : z’x(M0)(x – x0) + z’y(M0)(y – y0) – (z – z0) = 0

z0 = 1 + 8 – 16 +1 = - 6 z0 = -6

z’x(M0) = -16 + 16 = 0 z’x(M0) = 0

z’y(M0) = - 2 + 16 = 14 z’y(M0) = 14

0\*(x + 1) + 14\*(y + 1) – (z + 6) = 0

14y – z + 8 = 0

Уравнение нормали: $\frac{x-x0}{z’x(M0)}$ = $\frac{y-y0}{z’y(M0)}$ = $\frac{z-z0}{-1}$

$\frac{x+1}{0}$ = $\frac{y+1}{14}$ = $\frac{z+6}{-1}$

в) Исследование на экстремум:

Необходимое условие, чтобы обе частные производные в точке были равны 0

z’x(M0) = 0

z’y(M0) = 14 ≠ 0 – значит экстремума в заданной точке нет

г) Найти производную по направлению вектора

найдем единичный вектор: а0 = $\frac{a}{|a|}$ = $\frac{-5i + 12j}{\sqrt{25+144}}$ = $\frac{-5i + 12j}{13}$ = $-\frac{5}{13}i$ + $\frac{12}{13}j$

cosα = $-\frac{5}{13}$ cosβ = $\frac{12}{13}$ cos2α + cos2β = 1

$\frac{∂z}{∂l}$ = z’x(M0)\* cosα + z’y(M0)\* cosβ

$\frac{∂z}{∂l}$ = 0\*($-\frac{5}{13})$ + 14\*( $\frac{12}{13}$) = $\frac{168}{13}$