3275

МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»

Кафедра «Электротехника»

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Методические указания к выполнению контрольных работ
для студентов специальности 190300.65 «Подвижной состав железных дорог»
очной и заочной форм обучения

Часть 1

Составитель: Д. А. Попов

Самара
2013

УДК 621. 3 (075)

Электротехника и электроника : методические указания к выполнению контрольных работ для студентов специальности 190300.65 «Подвижной состав железных дорог» очной и заочной форм обучения. Часть 1 / составитель : Д. А. Попов. – Самара : СамГУПС, 2013. – 31 с.

В методических указаниях даны основные теоретические положения по расчету линейных электрических цепей. Приведены контрольные задания для расчета линейных электрических цепей постоянного и переменного тока. Даны примеры расчета цепей с одним и несколькими источниками ЭДС постоянного тока и неразветвленных и разветвленных цепей синусоидального тока с одним источником ЭДС.

Утверждены на заседании кафедры «Электротехника», протокол № 7 от 17.04.2013 г.
Печатаются по решению редакционно-издательского совета университета.

Составитель: Дмитрий Александрович Попов

Рецензенты: д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Электрический железнодорожный транспорт» СамГУПС И.К. Андрончев;
к.т.н., профессор, зав. кафедрой «Автоматика и связь на ж.-д. транспорте» СамГУПС В.Б. Гуменников

Подписано в печать16.08.2013. Формат 60x90 1/16.
Усл. печ. л. 1,94. Заказ 153.

© Самарский государственный университет путей сообщения, 2013

Введение

Методические указания составлены в соответствии с рабочей программой по специальности 190300.65 «Подвижной состав железных дорог».

Целями и задачами методических указаний являются: освоение основ электротехники и электроники в области знания основных законов и методов расчета линейных электрических цепей постоянного и синусоидального тока, теплового действия электрического тока, приобретение необходимых знаний об основных законах, методах расчета и физических процессах, с которыми приходится встречаться в теории электрических цепей постоянного и переменного тока.

Предварительная подготовка должна содержать разделы математики (теория функций комплексного переменного, векторная и матричная алгебра, дифференциальные и интегральные исчисления), а также содержать раздел физики электричество и магнетизм.

Освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее дисциплинам «Электрическим машины, основы электропривода технологических установок».

Данные методические указания включают задания для выполнения четырех задач по первой части курса «Электротехника и электроника». Задачи содержат основные теоретические положения, исходные данные в виде электрических схем, графических материалов и таблиц, а также примеры их выполнения.

В процессе выполнения контрольных работ студент должен знать элементную базу: источники питания постоянного и синусоидального напряжения, резисторы, индуктивности, емкости;

уметь составлять уравнения с применением законов Кирхгофа, Ома;

определять расчетным путем параметры электрических цепей;

владеть методами расчета электрических цепей в комплексной форме, методами построения потенциальных диаграмм и векторных диаграмм токов и напряжений.

Задача № 1
РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

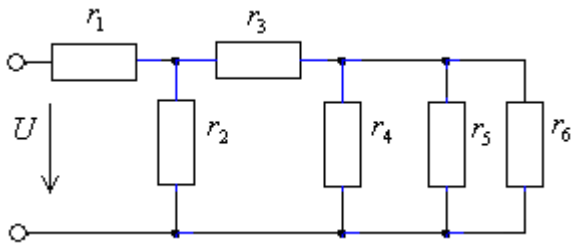
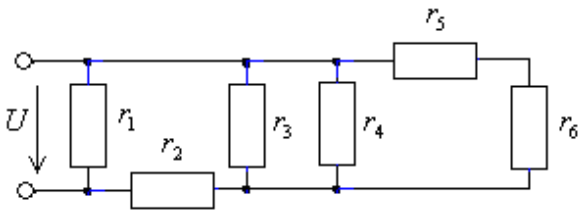
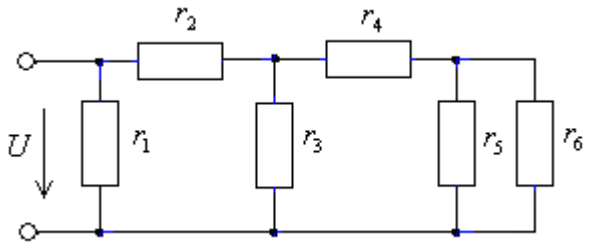
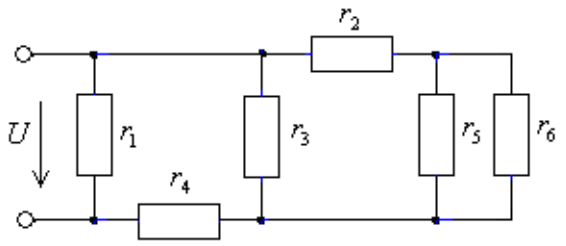
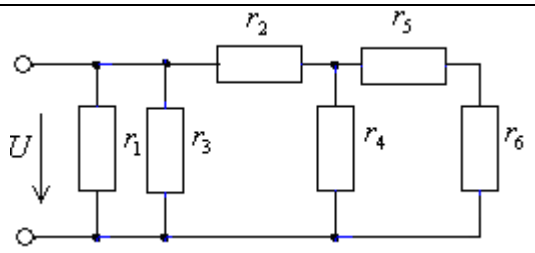
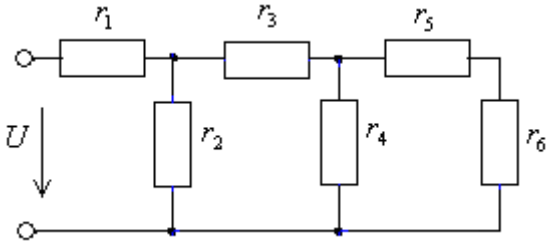
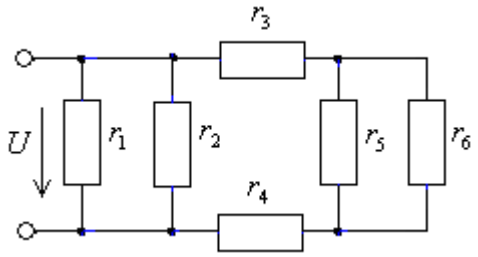
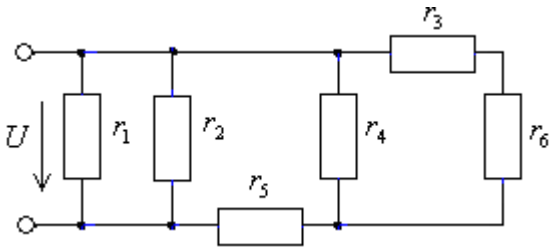
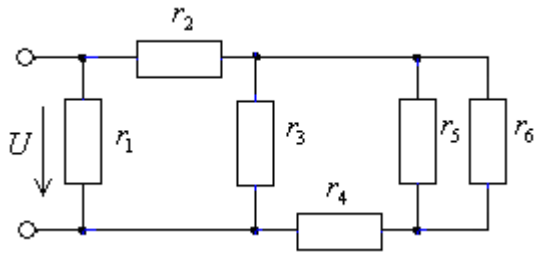
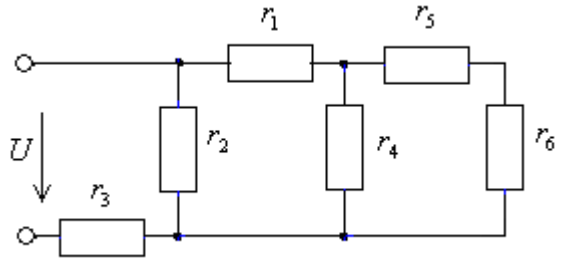
Для однофазных схем электрической цепи, изображенных на схемах, определить токи и составить баланс мощностей. Значение сопротивлений и напряжение на зажимах цепи приведены в табл. 1.

Таблица 1

Напряжения и сопротивления схем электрических цепей (выбираются по последней цифре шифра студенческого билета)

Вариант	U, В	Сопротивление, Ом					
		r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6
1	60	10	12	11	15	13	16
2	70	15	16	17	14	12	13
3	80	16	10	9	13	11	8
4	90	18	17	8	12	10	9
5	100	17	12	7	11	9	7
6	110	12	19	12	10	8	10
7	120	14	15	10	8	7	11
8	130	13	14	11	7	6	12
9	140	11	13	15	18	5	14
0	150	19	11	16	10	4	6

Однофазные схемы электрических цепей
(выбираются по предпоследней цифре шифра студенческого билета)

1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		10	

Методические указания к решению задачи № 1

При решении задачи № 1 необходимо знать основные законы электрических цепей (закон Ома и законы Кирхгофа), методы эквивалентного преобразования схем электрических цепей с пассивными элементами и баланс мощностей. Решение задач этого типа рассмотрим на примере.

Пример. На рис. 1 изображена схема электрической цепи. Напряжение на зажимах цепи U = 130 В;

Значение сопротивлений: r_1 = 8 Ом; r_2 = 7 Ом; r_3 = 9 Ом; r_4 = 7 Ом; r_5 = 6 Ом; r_6 = 15 Ом.

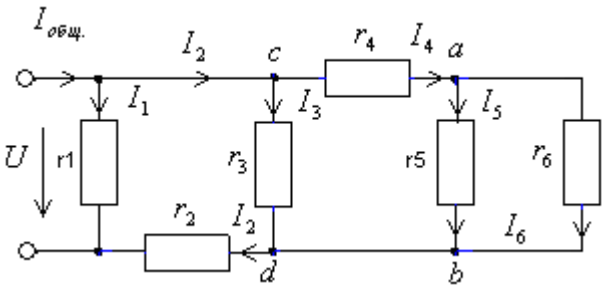


Рис. 1

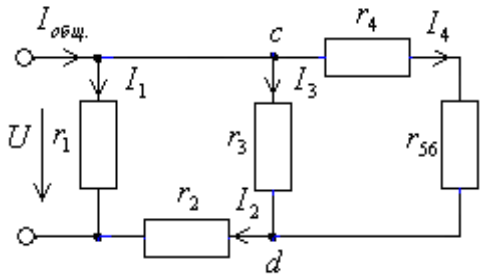


Рис. 2

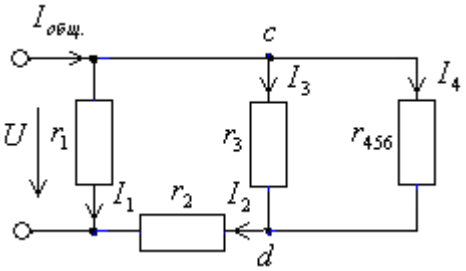


Рис. 3

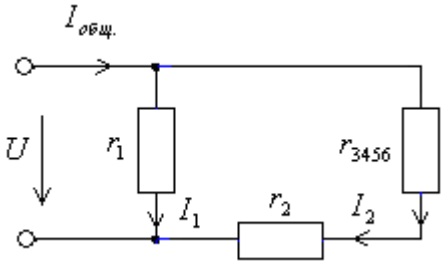


Рис. 4

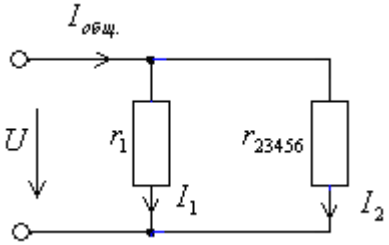


Рис. 5

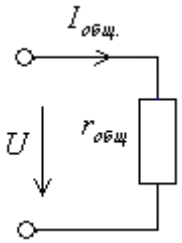


Рис. 6

Задача решается в две стадии.

Сначала путем последовательного «свертывания» схема приводится к простейшему виду (рис. 6). Это позволяет определить эквивалентное сопротивление всей цепи $r_{общ}=r_{123456}$ и общий ток, потребляемой цепью $I_{общ}$.

Этапы последовательного построения показаны на рис. 2–6.

Так, на первом этапе параллельно соединенные сопротивления r_5 и r_6 заменяются одним эквивалентным сопротивлением r_{56} (рис. 2).

Эквивалентное сопротивление r_{56} определяем по формуле (все вычисления проводятся с точностью до трех значащих цифр):

$$\frac{1}{r_{56}} = \frac{1}{r_5} + \frac{1}{r_6} = \frac{r_5 + r_6}{r_5 \cdot r_6} \ ,$$

из которой следует:

$$r_{56} = \frac{r_5 \cdot r_6}{r_5 + r_6} = \frac{6 \cdot 15}{6 + 15} = 4{,}29 \text{ Ом} .$$

На упрощенной схеме (рис. 2) сопротивления r_4 и r_{56} соединены последовательно. Это позволяет определить эквивалентное сопротивление $r_{456} = r_4 + r_{56} = 7 + 4{,}29 = 11{,}29$ Ом. Получаем еще более упрощенную схему (рис. 3). На этой схеме сопротивления r_3 и r_{456} соединены параллельно. Определяем эквивалентное сопротивление r_{3456} (рис. 4) по соотношению $\frac{1}{r_{3456}} = \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_{456}}$, из которого $r_{3456} = \frac{r_3 \cdot r_{456}}{r_3 + r_{456}} = \frac{9 \cdot 11{,}29}{9 + 11{,}29} = 5{,}01$ Ом.

На схеме (рис. 4) сопротивления r_2 и r_{3456} соединены последовательно, что позволяет определить эквивалентное сопротивление $r_{23456} = r_2 + r_{3456} = 7 + 5{,}01 = 12{,}01$ Ом. Этой стадии упрощения соответствует рис. 5, на котором сопротивления r_1 и r_{23456} соединены параллельно. Определяем $r_{\text{общ.}}$ из соотношения $\frac{1}{r_{\text{общ}}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_{23456}}$ или

$$r_{\text{общ}} = \frac{r_1 \cdot r_{23456}}{r_1 + r_{23456}} = \frac{8 \cdot 12{,}01}{8 + 12{,}01} = 4{,}8 \text{ Ом} .$$

Таким образом, путем последовательных упрощений, схема приводится к простейшему виду (рис. 6), из которого можно определить

$$I_{\text{общ}} = \frac{U}{r_{\text{общ}}} = \frac{130}{4{,}80} = 27{,}1 \text{ А} .$$

Для определения токов в ветвях будем последовательно «разворачивать» схему (рис. 6–1), осуществляя на каждом этапе соответствующие проверки.

Так, для определения токов I_1 и I_2 перейдем к схеме на рис. 5 и применим закон Ома.

$$I_1 = \frac{U}{r_1} = \frac{130}{8} = 16{,}25 \text{ А} ; \qquad I_2 = \frac{U}{r_{23456}} = \frac{130}{12{,}01} = 10{,}82 \text{ А} .$$

Проверка по первому закону Кирхгофа подтверждает правильность расчетов:

$$I_1 + I_2 = 16{,}25 + 10{,}827 = 27{,}077 = I_{\text{общ}} .$$

Для определения токов I_3 и I_4 перейдем к схеме на рис. 3.

Сопротивления r_3 и r_{456} соединены параллельно и находятся под одним напряжением U_{cd}. Это напряжение можно определить:

$U_{cd} = U - I_2 * r_2 = 130 - 10{,}827*7 = 54{,}211$ В,

тогда

$$I_3 = \frac{U_{cd}}{r_3} = \frac{54{,}3}{9} = 6{,}03 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{U_{cd}}{r_{456}} = \frac{54{,}3}{11{,}29} = 4{,}81 \text{ А}.$$

Проверка по первому закону Кирхгофа подтверждает правильность расчетов:

$I_3 + I_4 = 6{,}023 + 4{,}804 = 10{,}827 = I_2$.

Для определения токов I_5 и I_6 переходим к исходной схеме (рис. 1). Сопротивления r_5 и r_6 соединены параллельно и находятся под одним напряжением U_{ab}. Определяем величину этого напряжения:

$U_{ab} = U_{cd} - I_4 * r_4 = 54{,}211 - 4{,}804*7 = 20{,}59$ В.

Теперь можно определить

$$I_5 = \frac{U_{ab}}{r_5} = \frac{20{,}59}{6} = 3{,}432 \text{ А};$$

$$I_6 = \frac{U_{ab}}{r_6} = \frac{20{,}59}{15} = 1{,}373 \text{ А}.$$

Проверка по первому закону Кирхгофа подтверждает правильность расчетов:

$I_5 + I_6 = 3{,}432 + 1{,}373 = 4{,}805 = I_4$.

Таким образом, определены токи во всех ветвях цепи.

Составим баланс мощностей, который формулируется следующим образом: суммарная мощность источников цепи равна суммарной мощности, потребляемой приемниками ($\Sigma P_{\text{ист.}} = \Sigma P_{\text{пр.}}$).

Рассмотренная цепь содержит один источник, мощность которого

$P_{\text{ист.}} = U * I_{\text{общ.}}$

Мощность приемника определяется по формуле:

$P_{\text{прi}} = I_i^2 * r_i$,

где I_i – ток, протекающий через сопротивление r_i.

Тогда баланс мощностей для рассматриваемой схемы принимает следующий вид:

$U * I_{\text{общ.}} = I_1^2 * r_1 + I_2^2 * r_2 + I_3^2 * r_3 + I_4^2 * r_4 + I_5^2 * r_5 + I_6^2 * r_6$.

Подсчитав отдельно левую и правую часть баланса мощностей, получим:

$P_{ист}$ = 3520,14 Вт;

$\Sigma P_{пр}$ = 3519,19 Вт.

Определим погрешность, с которой выполняется баланс мощностей:

$$\delta = \frac{\left|P_{ист} - \sum P_{пр}\right|}{P_{ист}} \cdot 100\% = \frac{|3520{,}14 - 3519{,}99|}{3520{,}14} \cdot 100 = 0{,}0043 \quad \%.$$

Правильными считаются расчеты, результаты которых дают погрешность баланса мощностей менее 2 %.

Задача № 2

РАСЧЕТ СЛОЖНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА МЕТОДАМИ КОНТУРНЫХ ТОКОВ И УЗЛОВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

Электрические цепи, содержащие несколько источников ЭДС и представляющие собой смешанное соединение пассивных элементов, называют сложными разветвленными. Задачей расчета электрической цепи является определение токов в ветвях, электрических потенциалов узлов и падений напряжения на различных элементах или участках электрической цепи. При этом заданными, как правило, являются ЭДС E всех источников, конфигурация цепи, параметры всех ветвей (сопротивления или проводимости).

Источник ЭДС характеризуется значением разности потенциалов U на зажимах. При равенстве нулю внутреннего сопротивления источника, напряжение на его зажимах остается неизменным и равным ЭДС при любом потребляемом токе ($U = E$). Такой источник называют идеальным источником ЭДС. К источникам ЭДС можно отнести машинные генераторы и аккумуляторы, обладающие сравнительно малым внутренним сопротивлением.

Источник тока характеризуется величиной тока I на зажимах. Если при любой нагрузке соответствующий ток остается неизменным, такой источник тока называют идеальным. Внутреннее сопротивление идеального источника тока бесконечно большое. Источники тока находят применение в схемах замещения электронных ламп и полупроводниковых приборов.

Состояние любой электрической цепи описывается уравнениями, составленными с применением первого и второго законов Кирхгофа: $\sum_{к=1}^{n} I_к = 0$; $\sum_{к=1}^{n} E_к = \sum_{к=1}^{m} R_к I_к$, решив которые определяют токи в ветвях. Для постоянного тока: ЭДС – E; ток – I; сопротивление ветви – R.

Метод расчета сложных электрических цепей с непосредственным применением законов Кирхгофа (классический)

В общем случае электрическая цепь имеет ρ ветвей и q узлов. Так как неизвестными являются токи в ветвях, то число неизвестных равно ρ, для нахождения которых необходимо иметь систему из ρ уравнений.

По первому закону Кирхгофа $\sum_{к=1}^{n} I_к = 0$ составляется (q – 1) уравнений для (q –1) узлов. По второму закону Кирхгофа составляется ρ – (q – 1) уравнений для независимых контуров. Но не все замкнутые контуры независимы. Независимым является такой контур, в который входит хотя бы одна ветвь, не вошедшая в другие контуры.

Итак, по законам Кирхгофа необходимо составить (q – 1) + (ρ – q + 1) = ρ независимых уравнений. Решив такую систему уравнений, можно найти токи во всех ветвях.

Прежде чем приступить к составлению уравнений по законам Кирхгофа, следует задаться направлениями токов в ветвях цепи и направлениями обхода контуров.

Если ток какой-либо ветви в результате решения системы уравнений для цепи постоянного тока получается со знаком минус, то это означает, что действительное направление тока в ветви противоположно условно выбранному (заданному).

Например, для схемы на рис. 1 число узлов q = 3. Для того чтобы получить линейно независимые уравнения по 1-му закону Кирхгофа, составляем уравнения, число которых равно числу узлов минус единица, то есть: q – 1 = 2, а в качестве независимых контуров рассматриваем контуры, охватывающие все ветви схемы. В данной системе ветвей ρ =5 узлов q = 3, по второму закону Кирхгофа составляем n равнений, где n = ρ – q + 1 = 3 – число независимых контуров схемы.

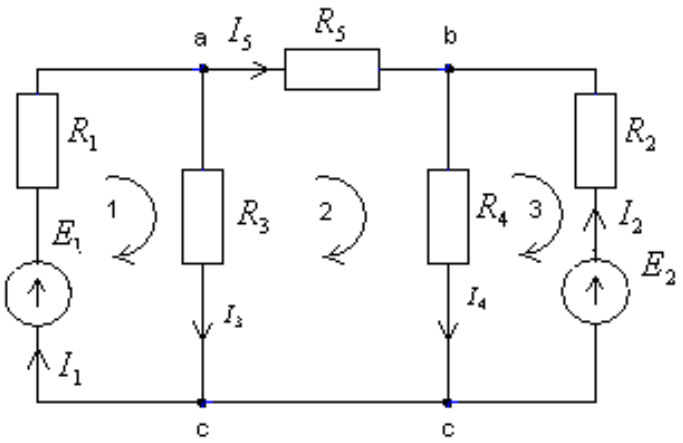


Рис. 1

Таким образом, число неизвестных токов в ветвях ρ = 5. По 1-му и 2-му законам Кирхгофа для этой схемы можно записать систему из пяти линейных уравнений (для узлов *a* и *b* и для контуров 1, 2, 3):

$$\left.\begin{array}{l} a)\, I_1 - I_3 - I_5 = 0 \\ b)\, I_2 - I_4 + I_5 = 0 \\ 1)\, R_1 I_1 + R_3 I_3 = E_1 \\ 2)\, R_5 I_5 + R_4 I_4 - R_3 I_3 = 0 \\ 3) - R_2 I_2 - R_4 I_4 = -E_2 \end{array}\right\}$$

В результате решения системы уравнений находят все неизвестные токи в ветвях. Решение проводят любым доступным способом (по методу Крамера, Гаусса, «подстановкой»). Расчет можно считать правильным, если вычисленные значения токов удовлетворяют системе уравнений, составленной по 1-му и 2-му законам Кирхгофа. При этом для проверок берут те узлы и контуры, уравнения которых не фигурировали в расчетах. Используя системы уравнений, записанных по законам Кирхгофа, можно, в принципе, рассчитать любую линейную цепь. Этот метод является универсальным, классическим, но не всегда самым простым и удобным. Сложная электрическая цепь описывается довольно громоздкой системой уравнений. Для сокращения их числа и упрощения расчета применяют другие методы. Рассмотрим в данной работе методы контурных токов и узловых потенциалов на примере цепей при постоянных токах и напряжениях. В каждом из методов на основном, более трудоемком, этапе используется только часть уравнений: в методе контурных токов – только уравнения по 2-му закону Кирхгофа, а в методе узловых потенциалов – только по первому. Форма записи контурных и узловых уравнений аналогична. По этим методам сначала находят промежуточные величины – это контурные токи и узловые потенциалы (основной расчет), а затем достаточно просто находят токи ветвей. Схема в обоих методах задачи № 2 одна и та же, поэтому токи ветвей должны совпадать (допускается отклонение не более 2 %).

Метод контурных токов

В основу метода положено использование понятия контурного тока. Под контурным током понимают условный ток, замыкающий только по своему контуру (рассматривают только независимые контуры). Это позволяет уменьшить число неизвестных токов до числа независимых контуров, то есть на (q – 1). В ветвях, входящих только в один контур, ток равен контурному, а в ветвях, принадлежащих двум контурам, ток равен алгебраической сумме контурных токов двух смежных контуров. Для независимых контуров записывают систему уравнений по 2-му закону Кирхгофа, в результате решения которой находят эти токи.

Метод узловых потенциалов (напряжений)

Метод позволяет уменьшить число совместно решаемых уравнений до (q – 1). Метод основан на применении 1-го закона Кирхгофа и заключается в следующем:

а) один из узлов схемы принимаем базисным с нулевым потенциалом; такое допущение не изменяет значения токов в ветвях, так как ток в каждой ветви зависит только от разности потенциалов узлов, а не от действительных значений потенциалов, то есть узлом, где $\varphi = 0$, задаемся произвольно;

б) после чего для остальных (q – 1) узлов составляем уравнения по 1-му закону Кирхгофа, выражая токи ветвей через потенциалы узлов;

в) решением составленной системы уравнений определяем потенциалы (q – 1) узлов относительно базисного, потенциал которого принят за «0», а затем токи ветвей определяем по закону Ома.

Построение потенциальной диаграммы

В целях наглядной иллюстрации полученных результатов и проверки правильности решения для цепей постоянного тока строятся потенциальные диаграммы. Потенциальная диаграмма – это график распределения потенциала вдоль элементов цепи, образующих замкнутый контур. По оси абсцисс откладываются последовательные значения сопротивлений отдельных элементов контура, по оси ординат – потенциалы точек соединения элементов в схеме. Для линейных цепей изменение потенциала внутри элемента происходит по прямой линии, наклон которой зависит от значения проходящего тока. В местах включения источников ЭДС происходит скачкообразное изменение потенциала на значение этой ЭДС. Если цепь не имеет заземления, то потенциал любой из ее точек может быть принят равным нулю, потенциалы всех точек определяются относительно точки с нулевым потенциалом.

Задание на выполнение задачи № 2

Для заданных схем сложной электрической цепи с заданными по табл. 1 ЭДС и сопротивлениями требуется:

1. Составить уравнения для определения токов путем непосредственного применения законов Кирхгофа. Решать систему не следует.

2. Определить токи в ветвях методом контурных токов и методом узловых потенциалов.

3. Составить баланс мощностей.

4. Построить потенциальную диаграмму для контура, включающего два источника ЭДС.

Схемы сложных электрических цепей

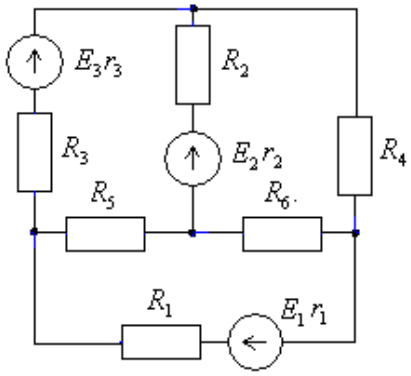
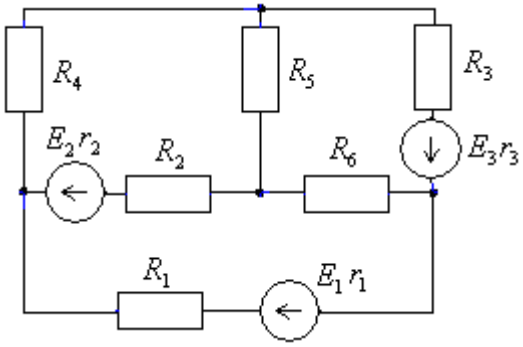
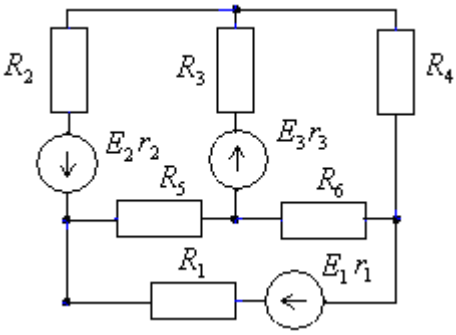
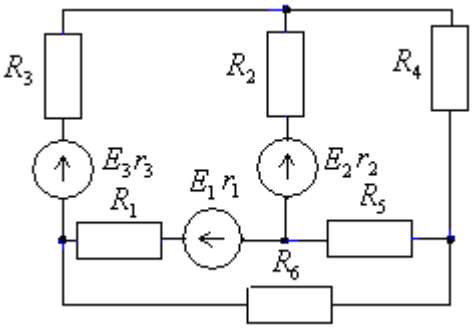
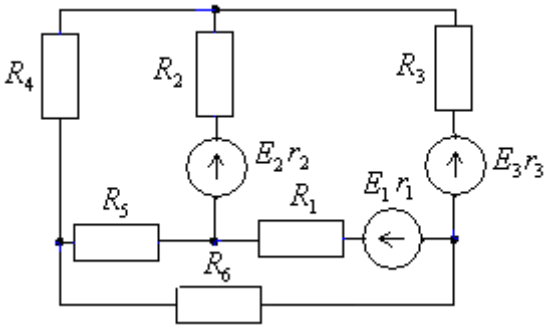
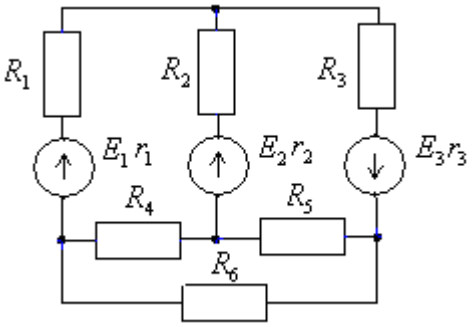
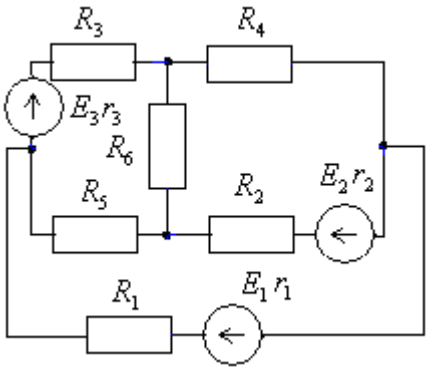
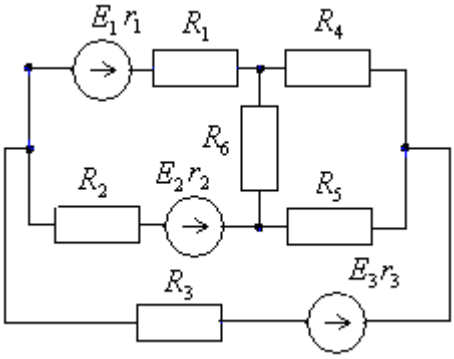
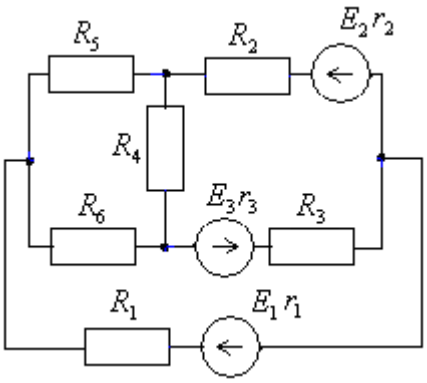
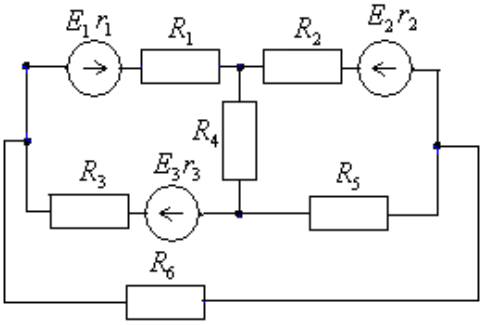
0		1	
2		3	
4		5	
6		7	
8		9	

Таблица 2

Численные значения параметров электрических схем

Вари-ант №	E_1, В	E_2, В	E_3, В	r_1, Ом	r_2, Ом	r_3, Ом	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	R_4, Ом	R_5, Ом	R_6, Ом
0	220	215	70	0,2	0,1	0,2	3	1	2	2,5	1,5	4
1	115	30	55	0,3	0,5	0,2	4	7	2	2	4	5
2	100	90	110	0,1	0,2	0,1	10	12	3	6	8	2
3	200	100	80	0,2	0,1	0,3	8	9	9	4	5	7
4	140	50	95	0,3	0,4	0,3	15	10	6	8	11	12
5	160	80	105	0,4	0,2	0,4	7	11	10	13	14	8
6	150	90	70	0,2	0,5	0,2	9	6	3	5	7	4
7	170	100	40	0,5	0,2	0,3	7	10	5	8	2	9
8	210	60	45	0,6	0,1	0,3	8	7	6	9	10	3
9	190	70	55	0,5	0,3	0,2	10	12	16	15	11	13

Номер схемы выбирается по предпоследней цифре шифра студенческого билета, номер варианта числовых значений – по последней цифре шифра студенческого билета.

Методические указания к решению задачи № 2

1) Решение методом контурных токов

Определим количество независимых контуров n в схеме, представленной на рис. 2. Запишем:

$$n = \rho - q + 1 = 3,$$

где ρ – число ветвей; q – число узлов схемы. Выделим в ней три независимых контура (I, II, III). Направление контурных токов выбираем произвольно, но для единообразия последующих формул и расчетов следует направлять контурные токи в одном направлении (по или против часовой стрелки). Уравнения по 2-му закону Кирхгофа в количестве n по методу контурных токов в общем виде запишутся:

$$R_{11}I_{11} + R_{12}I_{12} + R_{13}I_{13};$$

$$R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} = E_{11};$$

$$R_{31}I_{11} + R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} = E_{33}.$$

В системе уравнений каждое сопротивление с одинаковыми индексами – собственное сопротивление контура, равное сумме сопротивлений ветвей, входящих в данный контур. Оно всегда положительно:

$$R_{11} = R_1 + r_1 + R_2 + r_2 + R_5; \quad R_{22} = R_2 + r_2 + R_4 + R_6; \quad R_{33} = R_4 + R_5 + R_3 + r_3.$$

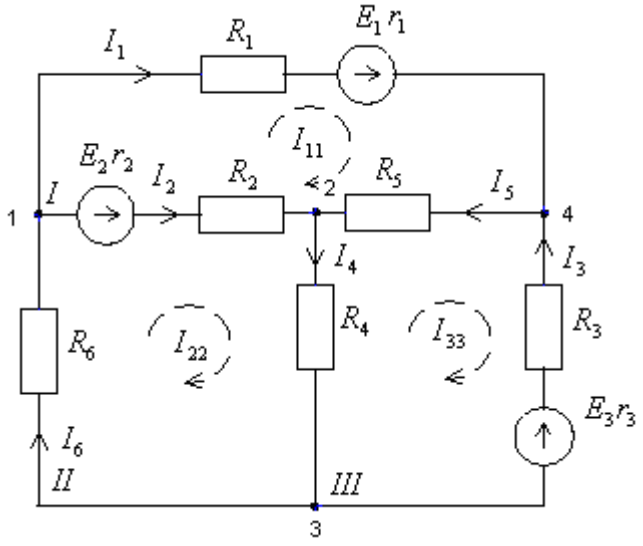


Рис. 2

Сопротивление с разными индексами – взаимное сопротивление для контуров, обозначенных этими индексами. Оно численно равно сопротивлению ветви на границе этих контуров (общей ветви). Если же контуры не имеют границы, то соответствующее общее сопротивление равно нулю.

Общее сопротивление принимается со знаком плюс, если контурные токи протекают по данной ветви в одном направлении, со знаком минус, если контурные токи протекают в противоположных направлениях. Направление токов ветвей при этом значения не имеют. Если в схеме все контурные токи направить в одном направлении (по или против часовой стрелке), тогда все общие сопротивления отрицательны:

$$R_{12} = R_{21} = -R_2 - r_2; \quad R_{13} = R_{31} = -R_5; \quad R_{23} = R_{32} = -R_4.$$

ЭДС в правой части уравнений – это контурные ЭДС, равные алгебраической сумме ЭДС ветвей, входящих в данный контур (с учетом того же направления обхода, что и контурный ток):

$$E_{11} = E_1 - E_2; \quad E_{22} = E_2; \quad E_{33} = -E_3.$$

Собственные общие сопротивления контуров и контурные ЭДС определяются из схемы, затем решается система уравнений, то есть находятся контурные токи. Система решается по методу Крамера (с помощью определителей):

$$I_{11} = \Delta_1 / \Delta; \quad I_{22} = \Delta_2 / \Delta; \quad I_{33} = \Delta_3 / \Delta,$$

где Δ – главный определитель системы; Δ_k – определитель, полученный из определителя Δ заменой столбца с номером k столбцом правой части системы уравнений (k = 1; 2; 3).

$$\Delta = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} = R_{11}R_{22}R_{33} + R_{12}R_{23}R_{31} + R_{21}R_{32}R_{13} - R_{13}R_{22}R_{31} - R_{21}R_{12}R_{33} - R_{32}R_{23}R_{11};$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E_{11} & R_{12} & R_{13} \\ E_{22} & R_{22} & R_{23} \\ E_{33} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} = E_{11}R_{22}R_{33} + E_{33}R_{12}R_{23} + E_{22}R_{13}R_{32} - E_{33}R_{13}R_{22} - E_{11}R_{23}R_{32} - E_{22}R_{12}R_{33};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} R_{11} & E_{11} & R_{13} \\ R_{21} & E_{22} & R_{23} \\ R_{31} & E_{33} & R_{33} \end{vmatrix} = E_{22}R_{11}R_{33} + E_{11}R_{23}R_{31} + R_{13}R_{21}E_{33} - R_{13}E_{22}R_{31} - R_{11}R_{23}E_{33} - E_{11}R_{21}R_{33};$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & E_{11} \\ R_{21} & R_{22} & E_{22} \\ R_{31} & R_{32} & E_{33} \end{vmatrix} = R_{11}R_{22}E_{33} + R_{12}E_{22}R_{31} + E_{11}R_{21}R_{32} - E_{11}R_{22}R_{31} - R_{11}E_{22}R_{32} - R_{12}R_{21}E_{33}.$$

Теперь ток какой-либо ветви находится как алгебраическая сумма токов, протекающих по этой ветви (контурный ток, совпадающий с направлением тока ветви, принимается положительным):

$I_1 = I_{11}$; $I_2 = I_{22} - I_{11}$; $I_3 = -I_{33}$; $I_4 = I_{22} - I_{33}$; $I_5 = I_{11} - I_{33}$; $I_6 = I_{22}$.

Если в результате решения системы ток в какой-либо ветви получится со знаком «минус», то это означает, что действительное направление тока в ветви противоположно условно выбранному. Проверку решения по этому методу делают по законам Кирхгофа. Начать проверку следует с подстановки найденных токов в уравнения, составленные по 2-му закону Кирхгофа. Правильность решения проверяется также расчетом баланса мощностей.

2) Решение методом узловых потенциалов

Как и в методе контурных токов, для составления узловых уравнений достаточно знать лишь число (q – 1) узлов: 4 – 1 = 3 узла; $\varphi_4 = 0$ задаемся произвольно. Уравнения по 1-му закону Кирхгофа для остальных узлов по методу узловых потенциалов запишутся:

$$g_{11}\varphi_1 + g_{12}\varphi_2 + g_{13}\varphi_3 = J_{11};$$
$$g_{21}\varphi_1 + g_{22}\varphi_2 + g_{23}\varphi_3 = J_{22};$$
$$g_{31}\varphi_1 + g_{32}\varphi_2 + g_{33}\varphi_3 = J_{33}.$$

Здесь g_{ii} с одинаковыми индексами – собственная проводимость узла, равная сумме проводимости ветвей, подключенных к данному узлу, она всегда положительна:

$$g_{11}=\frac{1}{R_1+r_1}+\frac{1}{R_2+r_2}+\frac{1}{R_6};\quad g_{22}=\frac{1}{R_2+r_2}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5};\quad g_{33}=\frac{1}{R_3+r_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_6}.$$

g_{ij} (с разными индексами) – общая проводимость узлов, обозначенных этими индексами. Она численно равна проводимости ветви (или сумме проводимостей, если их несколько), соединяющей эти узлы. Если два узла не имеют общей ветви, то общая проводимость между ними равна нулю. Необходимо учесть, что они всегда отрицательны.

$$g_{12}=g_{21}=-\frac{1}{R_2+r_2};\quad g_{23}=g_{32}=-\frac{1}{R_4};\quad g_{13}=g_{31}=-\frac{1}{R_6}.$$

В правой части уравнений – сумма токов источников тока, подключенных к данному узлу, задающих ток. Подходящие принимаются положительными, отходящие – отрицательными. Если в ветвях источники ЭДС, то они учитываются по формуле эквивалентной замены источников ЭДС и тока, то есть для *k*-той ветви имеем:

$$J_k=\frac{E_k}{R_k}\quad \text{или}\quad J_k=g_kE_k.$$

Произведем эквивалентную замену источников ЭДС на источники тока:

$$I_{11}=-\frac{E_1}{R_1+r_1}-\frac{E_2}{R_2+r_2};\quad I_{22}=\frac{E_2}{R_2+r_2};\quad I_{33}=-\frac{E_3}{R_3+r_3}.\varphi_1$$

Решением системы уравнений являются неизвестные потенциалы узлов φ_1, φ_2, φ_3. Система решается через определители по методу Крамера. По найденным потенциалам определяются токи ветвей по закону Ома для *k*-той ветви, ток в которой направлен от узла *n* к узлу *m*, имеем:

$$I_k=\frac{\varphi_n-\varphi_m}{R_k}=g_k(\varphi_n-\varphi_m);\quad I_k=\frac{\varphi_n-\varphi_m\pm E_k}{R_k}=g_k(\varphi_n-\varphi_m\pm E_k)$$ – выражение для ветви, содержащей источник ЭДС, которая принимается положительной, если ее направление совпадает с выбранным направлением тока ветви.

$$I_1=\frac{\varphi_1-\varphi_4+E_1}{R_1+r_1};\qquad I_2=\frac{\varphi_1-\varphi_2+E_2}{R_2+r_2};\qquad I_3=\frac{\varphi_3-\varphi_4+E_3}{R_3+r_3};$$

$$I_4=\frac{\varphi_2-\varphi_4}{R_4};\qquad I_5=\frac{\varphi_4-\varphi_2}{R_5};\qquad I_6=\frac{\varphi_3-\varphi_1}{R_6}.$$

В конце расчета привести таблицу токов ветвей, рассчитанных по методу контурных токов и узловых потенциалов, а также их отклонение в процентах. Различие между значениями токов, определенных по этим методам, не должно превышать 2 %.

Осуществить проверку правильности расчетов, используя законы Кирхгофа и баланс мощностей.

3) Расчет баланса мощностей

Для проверки правильности расчета токов составляют уравнение баланса мощностей. Баланс мощностей отражает закон сохранения энергии и определяет равенство мощностей, выработанных источниками и мощностей, потребляемых приемниками:

$$\sum_{i=1}^{n} E_i I_i = \sum_{k=1}^{b} R_k I_k^2,$$

где n – количество источников ЭДС; b – количество ветвей.

Особенность расчета состоит в том, что если ток какого-либо источника противоположен направлению ЭДС (источник принимает энергию), то соответствующая мощность $E_1 I_1$ принимается отрицательной.

Прежде чем составлять баланс мощностей, необходимо оценить режим работы источников ЭДС (источники отдают энергию или принимают). После оценки режима работы источников ЭДС составляем баланс мощностей:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 = I_1^2 (R_1 + r_1) + I_2^2 (R_2 + r_2) + I_3^2 (R_3 + r_3) + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6.$$

Суммарная мощность источников цепи равна суммарной мощности, потребляемой приемниками ($\Sigma P_{\text{ист.}} = \Sigma P_{\text{пр.}}$). Рассмотренная цепь содержит три источника, мощность которых равна

$$P_{\text{ист.}} = E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3.$$

Мощность приемников определяется по формуле:

$$P_{\text{пр}} = I_1^2 (R_1 + r_1) + I_2^2 (R_2 + r_2) + I_3^2 (R_3 + r_3) + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6.$$

Погрешность, с которой выполняется баланс мощностей, определяется по формуле

$$\delta = \frac{\sum P_{ист} - \sum P_{пр}}{\sum P_{\text{ист}}} 100\%.$$

Правильными считаются расчеты, результаты которых дают погрешность баланса менее 2 %.

4) Построение потенциальной диаграммы для контура, включающего два источника ЭДС

Выбираем контур, содержащий два источника ЭДС E_1 и E_2 (см. рис. 3).

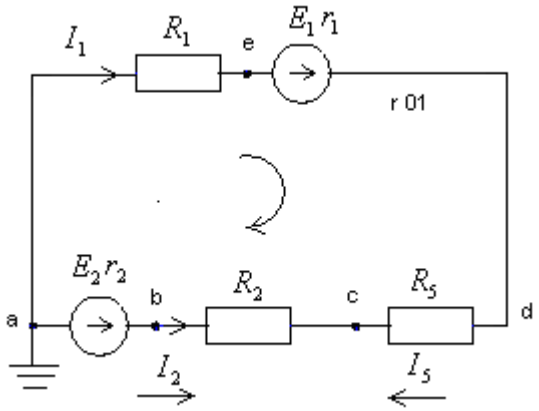


Рис. 3

Принимаем $\varphi_a = 0$, что соответствует заземлению точки *a*, и будем обходить контур из этой точки *a* по направлению обхода (по часовой стрелке). Контролируя потенциал в каждой точке, придем к исходному потенциалу.

$$\varphi_e = \varphi_a - I_1R_1;$$
$$\varphi_d = \varphi_a + E_1 - I_1r_1;$$
$$\varphi_c = \varphi_d - I_5R_5;$$
$$\varphi_b = \varphi_c + I_2R_2;$$
$$\varphi_a = \varphi_b - E_2 + I_2r_2.$$

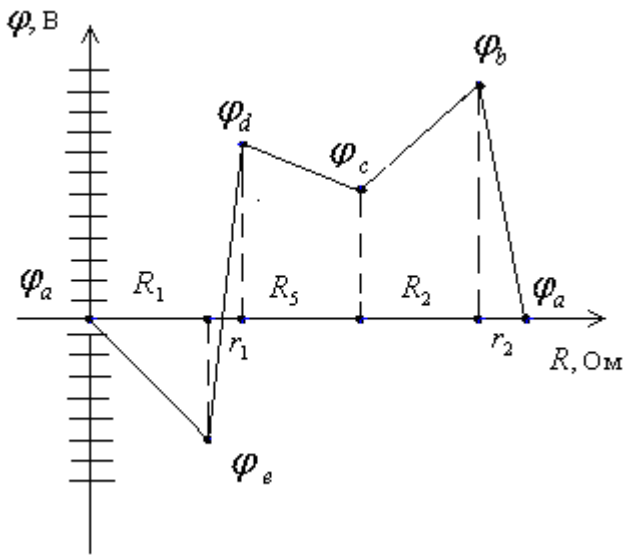


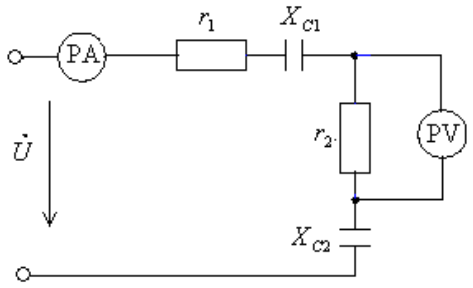
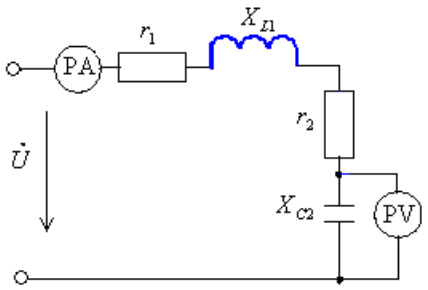
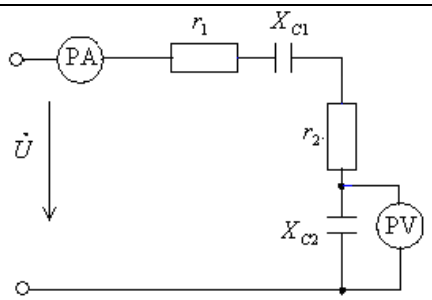
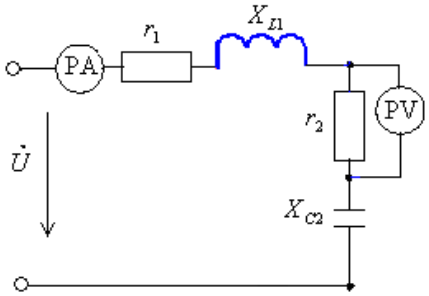
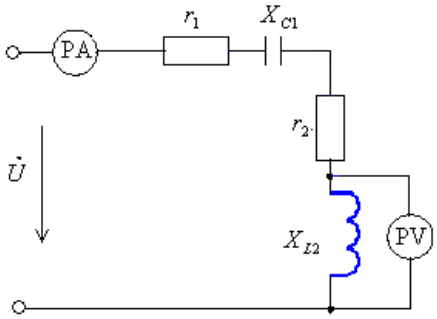
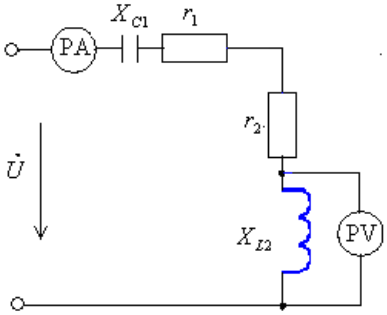
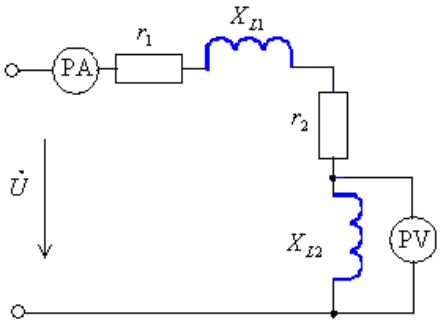
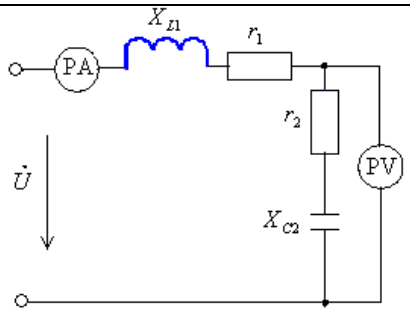
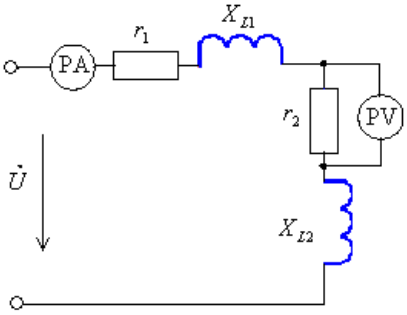
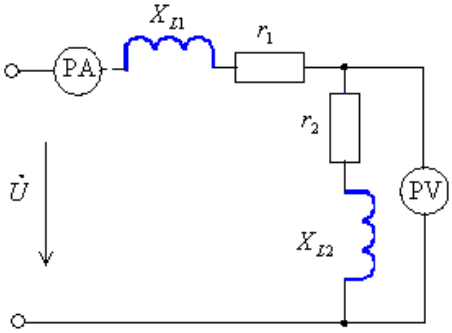
Рис. 4

Потенциальная диаграмма строится в осях φ, R (рис. 4). Длина оси R определяется из суммы всех сопротивлений контура *aedcba* и составляет $R_1 + r_1 + R_5 + R_2 + r_2$ (Ом). Длина оси φ определяется максимальным значением в положительной и отрицательной областях (вольт).

Задача № 3
РАСЧЕТ НЕРАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Напряжение на зажимах цепи, изображенной на схемах, изменяется по закону $u = U_m sin(\varphi t + \psi_v)$, где $\varphi = 2\pi f$ при $f = 50$ Гц.

Схемы электрических цепей
(номер варианта выбирается по предпоследней цифре шифра студенческого билета)

1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		0	

Амплитудное значение U_m и начальная фаза ψ_u напряжения, значения активных r, индуктивных X_L и емкостных X_C сопротивлений заданы в табл. 1. Частота питающей сети f = 50 Гц.

Таблица 1

Численные значения параметров электрических схем
(номер варианта выбирается по последней цифре студенческого билета)

Величина	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
U_m,В	180	311	537	180	180	537	311	156	537	156
ψ_u, град	–15	30	45	60	75	–15	–30	–45	–60	–75
r_1, Ом	2	9	10	17	12	8	16	6	4	5
X_{L1}, Ом	2	4	6	20	8	16	12	9	6	4
X_{C1}, Ом	10	8	6	12	14	10	11	8	7	8
r_2, Ом	4	5	6	7	8	9	10	11	8	6
X_{L2}, Ом	7	6	5	8	9	10	12	6	4	8
X_{C2}, Ом	9	8	7	6	5	4	7	9	8	6

Необходимо:

1. Определить показания указанных на схеме цифровых вольтметра и амперметра переменного тока.

2. Определить закон изменения тока в цепи.

3. Определить закон изменения напряжения между точками, к которым подключен вольтметр.

4. Определить активную, реактивную и полную мощности, потребляемые цепью из сети.

5. Построить векторную диаграмму.

Методические указания к решению задачи № 3

Расчет цепи синусоидального тока производится символическим методом, при котором электрические величины (токи, напряжения, ЭДС, сопротивления и мощности) выражаются в виде комплексных чисел. В общем случае электрическая цепь синусоидального тока может быть охарактеризована тремя пассивными элементами: активным сопротивлением r, индуктивностью L и емкостью C. Зная индуктивность и емкость, можно определить:

индуктивное сопротивление $X_L = \omega X_L = \omega L = 2\pi fL$;

емкостное сопротивление $X_C = I/\omega C = 1/2\pi fC$, где f – частота питающей сети.

Для неразветвленной цепи синусоидального тока, при последовательном соединении активного r, индуктивного X_L и емкостного X_C сопротивлений, уравнение второго закона Кирхгофа для действующих значений напряжений можно записать в комплексной форме:

$$\underline{U} = \underline{U}_r + \underline{U}_L + \underline{U}_C,$$

где $\underline{U}$ – комплекс действующего значения напряжения на зажимах цепи;

$\underline{U}_r$, $\underline{U}_L$, $\underline{U}_C$ – комплексы напряжений на сопротивлениях r, X_r, X_C соответственно.

Учитывая, что напряжение $\underline{U}_r$ на активном сопротивлении совпадает по фазе с током $\underline{I}$, напряжение $\underline{U}_L$ на индуктивности L опережает, а напряжение $\underline{U}_C$ на емкости C отстает от тока $\underline{I}$ на угол $\pi/2$, имеем:

$$\underline{U}_r = I * r;\ \underline{U}_L = jI * X_L;\ U_C = -j\underline{I} * X_C,$$

откуда следует, что комплексное напряжение на зажимах неразветвленной цепи синусоидального тока будет

$$\underline{U} = \underline{I} * r + j\underline{I}\,(\underline{X}_L - \underline{X}_C).$$

Обозначив разность $X_L - X_C = X$, и называя ее реактивным сопротивлением цепи, которое может быть как положительным, так и отрицательным, окончательно получим

$$\underline{U} = \underline{I}\,(r + jX).$$

Величина $\underline{Z} = r + jX$ называется комплексным сопротивлением неразветвленной цепи и может быть представлена в показательной форме

$$\underline{Z} = Z\,e^{j\varphi},$$

где $Z = (r^2 + X^2)^{1/2}$ является модулем комплексного числа $\underline{Z}$, который представляет собой полное сопротивление неразветвленной цепи, а величина $\varphi = arctg\ X/r$ является аргументом комплексного числа $\underline{Z}$, который характеризует угол сдвига фаз между напряжением $\underline{U}$ и током $\underline{I}$.

Из приведенных ниже уравнений вытекает комплексная форма закона Ома для неразветвленной цепи синусоидального тока:

$$\underline{I} = \underline{U}/\underline{Z}.$$

Представляя действующие значения напряжения и тока в неразветвленной цепи в виде комплексных величин $\underline{U} = U * \underline{e}^{j\psi u}$ и $\underline{I} = I * \underline{e}^{\psi i}$, можно определить комплекс полной мощности $\underline{S}$, который равен произведению комплекса $\underline{U}$ на сопряженный комплексный ток $\underline{I}^* = I * e^{-j\psi i}$:

$$\underline{S} = \underline{U} * \underline{I}^* = U * e^{j\psi u} * I\,e^{-j\psi i} = U * I\,e^{j\varphi} = U * I\cos\varphi + jU*I\sin\varphi = P + jQ.$$

Из комплекса полной мощности легко определить активную мощность $P = U*I\cos\varphi$ (измеряется в Вт) и реактивную мощность $Q = U \cdot I \sin\varphi$ (измеряется в В·Ар).

Действующее значение тока I и напряжения U связаны с амплитудными I_m, U_m следующими соотношениями:

$I = I_m/2^{1/2} = 0{,}707\ I_m$;

$U = U_m/2^{1/2} = 0{,}707\ U_m$.

Пример. Для схемы, изображенной на рис. 1, необходимо определить величины по пп. 1–4 задачи № 3 и построить векторную диаграмму.

Исходные данные:

U_m = 311 В, f = 50 Гц, $\psi_u = 60^0$, r_1 = 3 Ом, X_{L1} = 4 Ом, X_{C2} = 3 Ом, r_2 = 8 Ом.

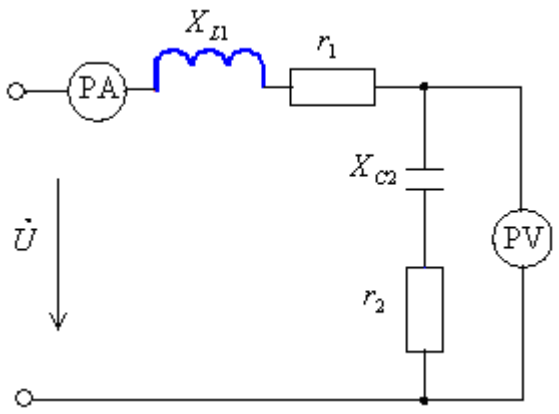


Рис. 1. Схема цепи синусоидального тока

Записываем закон изменения напряжения на зажимах цепи:

$u = U_m sin(\omega t + \psi_u) = 311\ sin(2\pi ft + \psi_u) = 311\ sin(314t + 60^0)$.

Определяем действующее значение напряжения: $U + U_m/2^{1/2} = 311/2^{1/2} = 220$ В.

Теперь можно определить комплекс напряжения, приложенного к зажимам цепи, В:

$\underline{U} = Ue^{j\psi u} = 220\ e^{j60°}$.

Определяем комплекс полного сопротивления цепи, Ом:

$\underline{Z} = r_1 + r_2 + jX_{L1} - jX_{C2} = 3 + 8 + j4 - j3 = 11 + j1$

или в показательной форме

$\underline{Z} = (11^2 + 1^2 e^{jarctg\ 1/11})^{1/2} = 11{,}045 e^{j5{,}2°}$.

Комплекс тока, протекающего по неразветвленной цепи, А:

$\underline{I} = \underline{U}/\underline{Z} = 220e^{j60°}/11{,}045e^{j5{,}2°} = 19{,}919 \cdot e^{j54{,}8°}$.

Показание амперметра составит 19, 9 А.

Запишем закон изменения тока в цепи:

$i = I_m sin(2\pi ft + \psi_i) = 2^{1/2}\ 19{,}919\ sin(314t + 54{,}8°)$.

Определим показание вольтметра и закон изменения напряжения между точками, к которым подключен вольтметр. Для этого вычисляем комплекс полного сопротивления участка цепи $\underline{Z}_2$, к которому подключен вольтметр.

$\underline{Z_2} = r_2 - jX_2 = 8 - j3 = (8^2+3^2)^{1/2}\, e^{-\,jarctg(3/8)} = 8{,}544e^{-j20{,}55°}$, Ом;

$\underline{U}_{Z2} = \underline{I} * \underline{Z}_2 = 19{,}919e^{j54{,}8°} * 8{,}544\, e^{-j20{,}55°} = 170{,}19e^{j34{,}25°}$, В.

Показание вольтметра составит 170,2 В.

Закон изменения напряжения между точками, к которым подключен вольтметр

$u_2 = 2^{1/2} * 170{,}19\, sin(314t + 34{,}25°) = 240{,}68\, sin(314t + 34{,}25°)$.

Полная мощность, потребляемая цепью, В·А:

$\underline{S} = \underline{U} * \underline{I}^* = 220e^{j60°} * 19{,}919e^{-j54{,}8°} = 4382{,}18e^{5{,}2°} = 4382{,}18cos5{,}2° + j4382{,}18sin5{,}2° =$
$= P + jQ = 4364{,}2 + j397{,}03$;

$P = 4364{,}2$ Вт; $Q = 397{,}03$ В·Ар (индуктивный характер).

Для построения векторной диаграммы необходимо определить комплексы падений напряжения на всех участках цепи.

$\underline{U}_{L1} = \underline{I} * jX_{L1} = 19{,}919e^{j54{,}8°} * 4e^{j90°} = 79{,}68e^{j144{,}8°}$ В;

$\underline{U}_{r1} = \underline{I} * r_1 = 19{,}919e^{j54{,}8°} * 3 = 59{,}76e^{j54{,}8°}$ В;

$\underline{U}_{C2} = \underline{I} * (-jX_{C2}) = 19{,}919e^{j54{,}8°} * 3e^{-j90°} = 69{,}76e^{-j35{,}2°}$ В;

$\underline{U}_{r2} = \underline{I} * r_2 = 19{,}919e^{j54{,}8°} * 8 = 159{,}35e^{j54{,}8°}$ В.

Векторная диаграмма строится в масштабах по току m_i и напряжению m_u.

Построение векторной диаграммы неразветвленной цепи синусоидального тока показано на рис. 2.

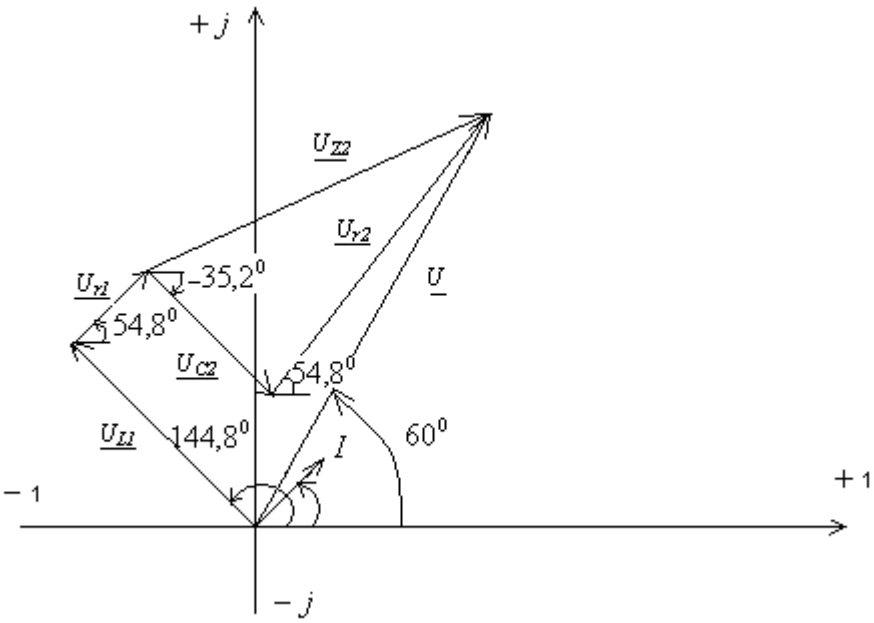


Рис. 2

Вначале строятся оси комплексной плоскости. Затем из начала координат строится вектор напряжения U_{L1}. Угол 144,8° откладывается от положительной вещественной полуоси в положительном (против часовой стрелки) направлении. Следующим участком неразветвленной цепи является участок, содержащий активное сопротивление r_1. Для построения вектора напряжения U_{r1}, из конца вектора U_{L1}, производится вспомогательная прямая, параллельная вещественной оси комплексной плоскости, от которой в положительном направлении откладывается угол 54,8°, под которым строится вектор U_{r1}. Следующий вектор U_{C2} строится под углом –35,2° (откладывается по часовой стрелке) из конца вектора U_{r1}. Последним строится вектор U_{r2} по методике, изложенной выше. Соединив конец вектора U_{r2} с началом координат, получим вектор напряжения на зажимах цепи $\underline{U}$.

При правильных расчетах и построениях он должен соответствовать комплексу $U = 220e^{j60°}$. Вектор тока I строится в своем масштабе под углом 54,8°.

Из векторной диаграммы нетрудно заметить, что фазы напряжений U_{r1}; U_{r2} и тока I совпадают (угол 54,8°), а векторы напряжений на активных (r_1,r_2) и реактивных (X_{L1},X_{L2}) сопротивлениях взаимно перпендикулярны.

На векторной диаграмме можно также показать вектор напряжения U_{Z2} участка цепи, к которому подключен вольтметр. Длина этого вектора характеризует показание вольтметра.

Задача № 4
РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

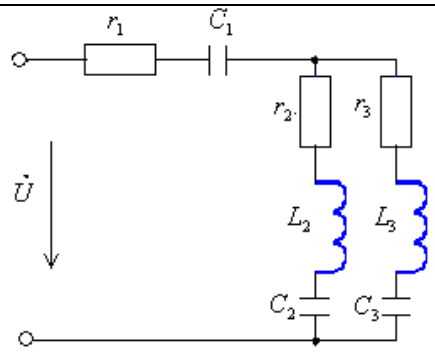
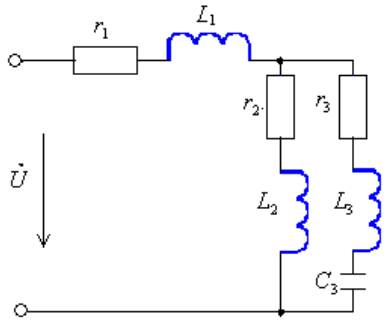
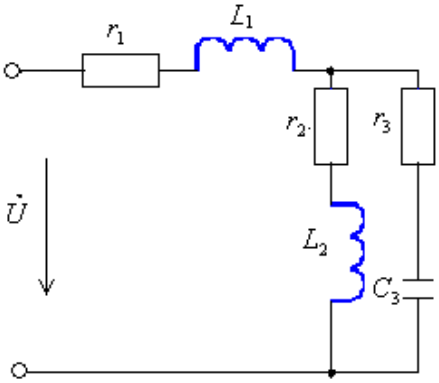
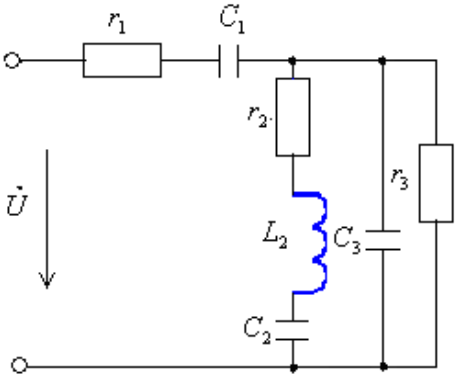
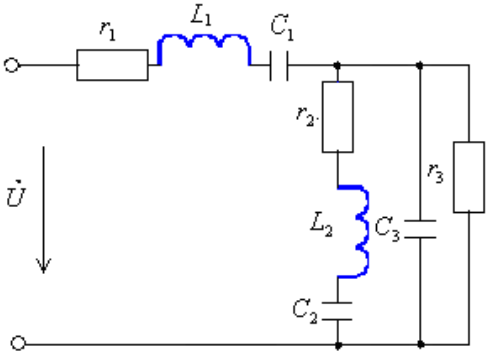
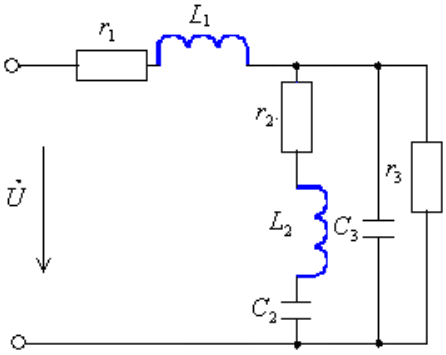
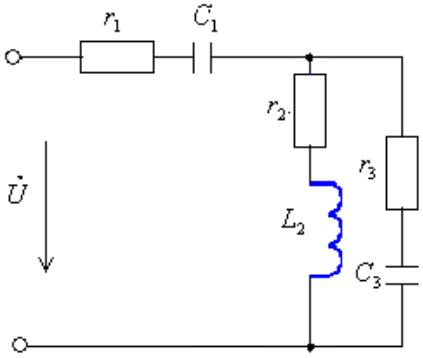
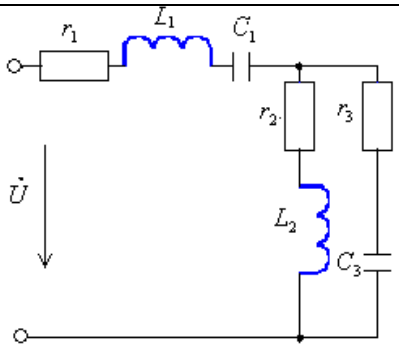
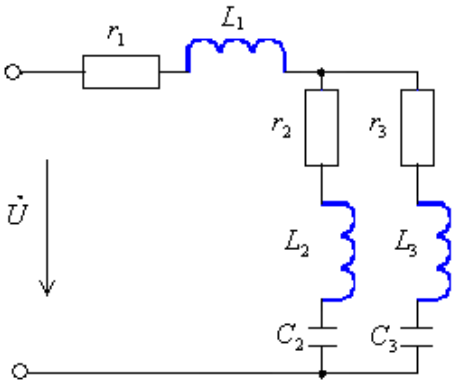
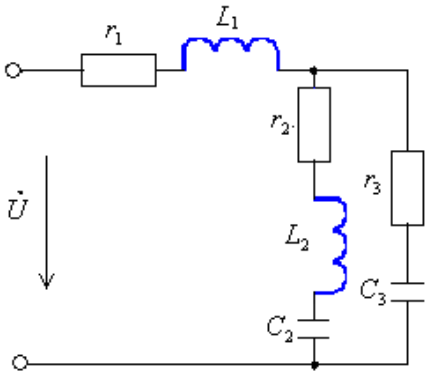
Для цепи синусоидального переменного тока (см. схемы) заданы параметры включенных в нее элементов и действующее значение напряжения на ее зажимах (см. табл. 1); частота питающего напряжения равна $f = 50$ Гц.

Таблица 1

Численные значения параметров электрических схем (выбираются по последней цифре шифра студенческого билета)

Вариант	U, В	r_1,Ом	L_1,мГн	C_1, мкФ	r_2,Ом	L_2,мГн	C_2, мкФ	R_3,Ом	L_3, мГн	C_3, мкФ
1	127	3	13	500	5	31	1000	8	18	100
2	220	5	20	400	3	13	400	7	15	200
3	380	7	7	200	4	12	200	6	12	300
4	220	4	26	100	6	10	800	5	9	400
5	127	5	16	300	8	16	700	4	11	500
6	127	2	9	1000	3	15	600	9	13	600
7	220	83	8	800	5	48	500	10	16	700
8	380	3	10	700	7	20	350	9	19	800
9	220	6	14	900	4	14	900	8	20	900
0	127	1	15	250	3	18	850	7	10	350

Схемы электрических цепей однофазного синусоидального тока
(номер варианта выбирается по предпоследней цифре шифра студенческого билета)

0		5	
1		6	
2		7	
3		8	
4		9	

Необходимо:

1. Определить действующее значение токов в ветвях и в неразветвленной части цепи комплексным методом.

2. По полученным комплексным выражениям записать выражения для мгновенных значений напряжения на участке цепи с параллельным соединением токов в ветвях.

3. Определить активные и реактивные составляющие токов в ветвях.

4. Построить векторную диаграмму.

5. Определить характер (индуктивность, емкость) и параметры элемента, который должен быть включен в неразветвленную часть цепи для того, чтобы в цепи имел место резонанс напряжений.

Пример. Для цепи, изображенной на рис. 1 известны:

U = 380 В; $\psi = 0$; f = 50 Гц; $L_1 = 50*10^{-3}$ Гн;

$C_2 = 150*10^{-6}$ Ф; r_1 = 15 Ом; r_2 = 30 Ом; r_3 = 45 Ом.

Решение:

Вычисляем сопротивления реактивных элементов цепи:

$x_1 = \omega L_1 = 2\pi f L_1 = 314*50*10^{-3} = 16$ Ом;

$X_{L3} = \omega L_5 = 314*150*10^{-3} = 47$ Ом;

$X_{C2} = 1/\omega C_2 = 1/(150*10^{-6}*314) = 21$ Ом.

Находим сопротивления участков цепи в омах:

$\underline{Z}_1 = r_1 + jx_{L1} = 15 + j16 = 21{,}93e^{j46{,}85°}$;

$\underline{Z} = r_2 - jx_{C2} = 30 - j21 = 36{,}62e^{-j34{,}99°}$;

$\underline{Z} = r_3 + jx_{L3} = 45 + j47 = 65{,}07e^{j46{,}25°}$.

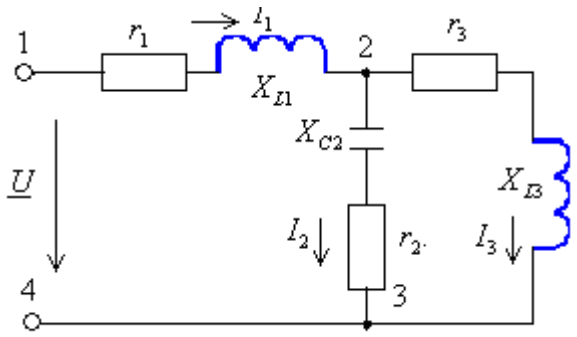


Рис. 1

Определяем входное сопротивление цепи, Ом:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 15 + j16 + \frac{36,62e^{-j34,99} \cdot 65,07e^{j46,25}}{30 - j21 + 45 + j47} = 15 + j16 + \frac{2382,86e^{11,26}}{75 + j26} =$$

$$= 15 + j16 + \frac{2382,86e^{j11,26}}{79,38e^{j19,12}} = 15 + j16 + 30,02e^{-j7,86} = 15 + j16 + 29,74 - j4,11 =$$

$$= 44,74 + j11,89 = 46,29e^{j14,88}.$$

Токи в ветвях:

$$\underline{I}_1 = \frac{U \cdot e^{j\psi}}{\underline{Z}} = \frac{380}{46,29e^{j14,88}} = 8,21e^{-j14,88} = 7,93 - j2,11 \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{8,21e^{-j14,88} \cdot 65,07e^{j46,25}}{79,38e^{j19,12}} = \frac{334,22e^{j31,37}}{79,38e^{19,12}} = 6,73 \cdot e^{j12,25} = 6,58 + j1,43 \text{ А};$$

$$\underline{Z}_3 = I_1 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{8,21e^{-j14,88}\, 36,62e^{j34,99}}{79,38e^{j19,12}} = \frac{300,65e^{-j49,87}}{79,38e^{j19,12}} = 3,79e^{-j68,99} = 1,36 + j3,54 \text{ А}.$$

Проверка правильности распределения входных токов в параллельных ветвях по первому закону Кирхгофа в символической форме:

$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3$.

$7,93 - j2,11 = 6,58 + j1,43 + 1,36 - j3,54$;

$7,93 - j2,11 = 7,94 - j2,11$;

$8,21e^{-j14,86°} = 8,22e^{-j14,88°}$.

Расхождение

$$\delta = \frac{8,22 - 8,81}{8,22} \cdot 100\ \% = 0,122\ \%.$$

Проверка найденных значений токов вторым законом Кирхгофа по контуру 1234 в символической форме:

$-\underline{U} + \underline{I}_{11}\underline{Z}_1 + \underline{I}_2\underline{Z}_2 = 0$.

$-380 + 8,21e^{-j14,88°}21,93e^{j46,85°} + 6,73e^{j12,25}36,62e^{-j34,99°} = 0$;

$-380 + 180,05e^{-j31,97°} + 246,45e^{-j22,79°}$;

$-380 + 152,74 + j95,33 + 227,29 - j95,27$;

$-380 + 380,03 + j0,06 = 0,03 + j0,06 = 0,067e^{j63,43°}$.

Расхождение по модулю:

$$\delta = \frac{0,067}{380} \cdot 100\ \% = 0,017\ \%.$$

Определяем напряжение на параллельном участке цепи, В:

$\underline{U}_{23} = \underline{I}_2\underline{Z}_2 = 6,73e^{j12,25°}36,62e^{-j34,99°} = 246,5e^{-j22,79°}$.

Мгновенные значения:

$i_1 = I_1 2^{1/2} sin(\omega t + \psi_1) = 8,21*1,41 sin(\omega t - 14,88°) = 11,6 sin(\omega t - 14,88°)$;

$i_2 = I_2 2^{1/2} sin(\omega t + \psi_2) = 6,73*1,41 sin(\omega t - 12,25°) = 9,48 sin(\omega e - 12,25°)$;

$i_3 = I_3 2^{1/2} sin(\omega t + \psi_3) = 3,79*1,41 sin(\omega t - 68,99°) = 5,34 sin(\omega t - 68,99°)$;

$U_{23} = U_{23} 2^{1/2} sin(\omega t + \psi_4) = 246,5*1,41 sin(\omega t - 22,79°) = 347,6 sin(\omega t - 22,79°)$.

Запишем активные и реактивные токи в ветвях:

$I_1 = 7,93 - j2,11$; $I_{1a} = 7,93$ А; $I_{1p} = -2,11$ А;

$I_2 = 6,58 - j1,43$; $I_{2a} = 6,58$ А; $I_{2p} = 1,43$ А;

$I_3 = 1,36 - j3,54$; $I_{3a} = 1,36$ А; $I_{3p} = -3,54$ А.

Вычислим напряжения на элементах цепи и строим топографическую диаграмму:

$U_{R1} = I_1R_1 = 8, 21*15 = 123,15$ В;

$U_{XL1} = I_1X_{L1} = 8,21*16 = 131,36$ В;

$U_{XC2} = I_2X_{C2} = 6,73*21 = 141,33$ В;

$U_{R2} = I_2R_2 = 6,73*30 = 201,9$ В;

$U_{R3} = I_3R_3 = 3,79*45 = 170,55$ В;

$U_{XL3} = I_3X_{C3} = 3,79*47 = 178,13$ В.

На рис. 2 первоначально строятся векторы токов; векторы активных напряжений проводятся параллельно векторам токов, векторы реактивных напряжений – перпендикулярно векторам токов с учетом отставания или опережения по фазе.

Для того чтобы в цепи имел место резонанс напряжений, реактивная составляющая сопротивления должна быть равна нулю.

Сопротивление параллельного участка, Ом:

$\underline{Z}_{23} = 29,74 - j4,11$.

Реактивная составляющая последовательного участка пусть будет jX_p, тогда:

$jX_p - j4{,}11 = 0$;

$jX_p = j4{,}11$ – индуктивное;

$\omega L_p = 4{,}11$ или $314L_p = 4{,}11$;

откуда $L_p = 13{,}1*10^{-3}$ Гн.

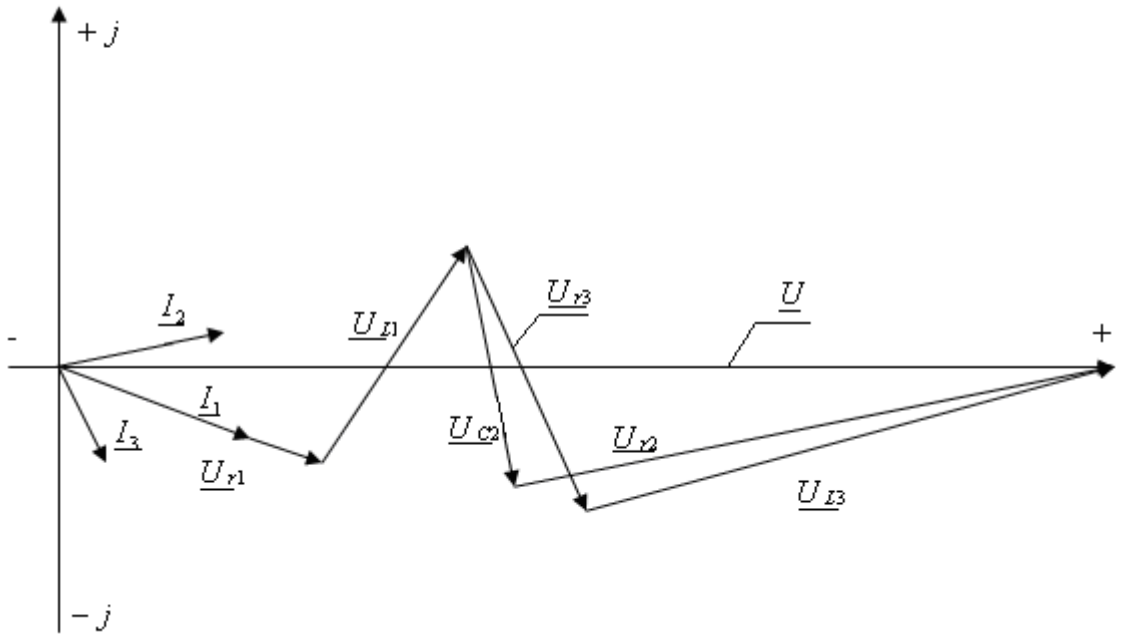


Рис. 2

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Касаткин А.С.* Электротехника : учебник для вузов / А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – 11-е изд., стер. – М.: Академия, 2007. – 544 с.

2. *Данилов И.А.* Общая электротехника с основами электроники : учеб. пособие для студ. неэлектротехн. спец. средних спец. учеб. заведений / И.А. Данилов, П.М. Иванов. – 4-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2000. – 752 с.

3. Задания на контрольные работы с методическими указаниями по дисциплинам: «Электротехника и электрические измерения», «Электротехника», «Электротехника и электроснабжение строительства и путевого хозяйства». Часть 1 / составители : А.В. Леонов, В.В. Жданов, Д.А. Леонов. – Самара : СамИИТ, 1995. – 59 с.

4. Методические указания и задания к выполнению расчетно-графических работ по дисциплине «Электротехника и электроника» / составитель Н.А. Сергашова. – Самара : СамГАПС, 2003. – 72 с.