

## Задача Параллельный колебательный контур

1. В параллельный колебательный контур (см. рис. 1) включена ЭДС с внутренним сопротивлением  $R_i$ . Известны  $L$ ,  $C$  и  $R$ .

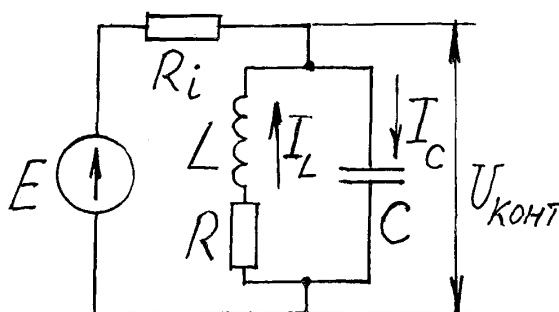


Рис. 1

Необходимо рассчитать:

- резонансную частоту;
- добротность;
- входное сопротивление при резонансе, входной ток контура и токи в ветвях при резонансе;
- активную и реактивную мощности колебаний.

Исходные данные приведены в табл. 1.

Таблица 1

Номер варианта	$L$ , мкГн	$C$ , пФ	$R$ , Ом	$R_i$ , кОм	$E$ , В
5	240	150	13	40	105

Результаты расчетов сведите в табл. 2.

Таблица 2

Номер вариант	$f_0$ , кГц	$Q$	$Z_{вх0}$ , кОм	$I_0$ , мА	$I_{0C}$ , мА	$I_{0L}$ , мА	$I_{0k}$ , мА	$P_0$ , мВт	$Q_L=Q_C$ , вар

2. Поясните, в чем заключается суть резонанса токов.

3. Приведите сравнение последовательного и параллельного контуров по их входному сопротивлению.

## Решение

1. Так как катушка и конденсатор включены параллельно (рис. 1), то полное входное сопротивление определяется проводимостью

$$b_L = \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

и

$$b_C = \omega C,$$

причем, на НЧ больше влияет проводимость катушки, а на ВЧ – проводимость конденсатора. Резонансная частота параллельного контура определяется из уравнения

$$b_L = b_C$$

или

$$\frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} = \omega C;$$

$$\omega_0 L^2 C = L - R^2 C.$$

Т.е.

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \frac{L - R^2 C}{L} = \frac{1}{LC} \left( 1 - \frac{R^2}{L/C} \right) = \frac{1}{LC} \left[ 1 - \left( \frac{R}{Z_B} \right)^2 \right].$$

Откуда

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}},$$

где

$$Z_B = \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ – волновое сопротивление;}$$

$$Q = \frac{Z_B}{R} \text{ – добротность контура.}$$

При добротностях  $Q > 3$  (что и реализуется на практике) резонансная частота параллельного контура практически равна резонансной частоте последовательного контура.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

На резонансной частоте входное сопротивление параллельного контура становится чисто активным и большим

$$Z_{ex} = \frac{Z_B^2}{R} = Q \cdot Z_B = R_{экр}.$$

Результирующий ток генератора  $I_0 = \frac{E}{R_{экр}}.$

Если пренебречь сопротивлением потерь  $R$ , то контурный ток

$$I_{0K} = I_{0L} = \frac{E_i}{X_{0L}} = I_{0C} = \frac{E_i}{X_{0C}} = \frac{E_i}{Z_B},$$

волновое сопротивление контура

$$Z_B = X_{0L} = X_{0C} = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Полное входное сопротивление

$$Z_{ex} = \frac{Q \cdot Z_B}{\sqrt{1 + \left(\frac{2Q\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2}}.$$

Активная мощность, расходуемая генератором,  $P_0 = I_0 \cdot E.$

Реактивная мощность колебаний в контуре  $Q_L = Q_C = E \cdot I_{0K}.$

1.1. Резонансная частота

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{240 \cdot 10^{-6} \cdot 150 \cdot 10^{-12}}} = 8,388 \cdot 10^5 \text{ Гц} = 838,8 \text{ кГц}.$$

1.2. Добротность

Находим волновое сопротивление

$$Z_B = X_{0L} = X_{0C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{240 \cdot 10^{-6}}{150 \cdot 10^{-12}}} = 1265 \text{ Ом.}$$

Откуда

$$Q = \frac{Z_B}{R} = \frac{1265}{13} = 97,3.$$

1.3. Входное сопротивление при резонансе

$$Z_{\text{ex}0} = R_{\text{экв}} = Q \cdot Z_B = 97,3 \cdot 1265 = 123 \cdot 10^3 \text{ Ом} = 123 \text{ кОм.}$$

1.4. Входной ток контура и токи в ветвях при резонансе

$$I_0 = \frac{E}{R_{\text{экв}}} = \frac{105}{123 \cdot 10^3} = 0,85 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 0,85 \text{ мА};$$

$$I_{0K} = I_{0L} = I_{0C} = \frac{E}{Z_B} = \frac{105}{1,265 \cdot 10^3} = 83 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 83 \text{ мА.}$$

1.5. Активную и реактивную мощности колебаний.

$$P_0 = E \cdot I_0 = 105 \cdot 0,85 \cdot 10^{-3} = 89 \cdot 10^{-3} \text{ Вт} = 89 \text{ мВт};$$

$$Q_L = Q_C = E \cdot I_{0K} = 105 \cdot 83 \cdot 10^{-3} = 8,7 \text{ вар.}$$

Результаты расчетов сведем в табл. 3.

Таблица 3

Номер вариант	$f_0$ , кГц	$Q$	$Z_{\text{ex}0}$ , кОм	$I_0$ , мА	$I_{0C}$ , мА	$I_{0L}$ , мА	$I_{0k}$ , мА	$P_0$ , мВт	$Q_L=Q_C$ , вар
<b>5</b>	839	97	123	0,85	83	83	83	89	8,7

2. При резонансе по ветвям контура протекают  $I_L$  и  $I_C$ , равные по величине, но противоположные по фазе. Ток в общей цепи мал и совпадает по фазе с напряжением.  $I_L = I_C = I_{\text{контур}}$ . Контурный ток при резонансе не ответвляется в общий провод питания и в  $Q$  раз больше тока в общей цепи. Это явление назвали резонансом токов из-за резкого возрастания токов в ветвях контура.

3. Выходное сопротивление последовательного контура при резонансе в  $Q$  раз больше входного, причем входное сопротивление. Причем, *входное сопротивление* десятки Ом, а выходное сопротивление десятки кОм.

Входное сопротивление параллельного контура при резонансе в  $Q$  раз больше волнового сопротивления

$$Z_{вх} = R_{экв} = Q \cdot Z_B = Q \cdot \sqrt{\frac{L}{C}},$$

причем *входное сопротивление* у таких контуров десятки и сотни тысяч Ом.