$$I=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{(x^2+64)^2(x^2+256)}$$

Разложим подинтегральную функцию на простейшие дроби

$$\frac{1}{(x^2+64)^2(x^2+256)}=\frac{Ax+B}{x^2+64}+\frac{Cx+D}{(x^2+64)^2}+\frac{Ex+F}{x^2+256}$$

Освобождаясь от знаменателя и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях, получаем систему

$$\begin{cases} A+E=0\\ B+F=0\\ 320A+C+128E=0\\ B+D+128E=0\\ 16384A+256C+4096E=0\\ 16384B+256D+4096E=1 \end{cases}$$

Решая систему, находим

$$\begin{cases} A=0\\ B=\dfrac{1}{48896}\\ C=0\\ D=\dfrac{127}{48896}\\ E=0\\ F=-\dfrac{1}{48896} \end{cases}$$

Таким образом,

$$I=\frac{1}{48896}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{x^2+64}+\frac{129}{48896}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{(x^2+64)^2}-\frac{1}{48896}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{x^2+256}=$$

$$=\frac{1}{48896}\left(\frac{1}{8}\operatorname{arctg}\frac{x}{8}\right)\Bigg|_{-\infty}^{+\infty}+\frac{129}{48896}\left(\frac{x}{128(x^2+64)}+\frac{1}{1024}\operatorname{arctg}\frac{x}{8}\right)\Bigg|_{-\infty}^{+\infty}-\frac{1}{48896}\left(\frac{1}{16}\operatorname{arctg}\frac{x}{16}\right)\Bigg|_{-\infty}^{+\infty}=$$

$$=\frac{1}{48896}\left(\frac{\pi}{8}+129\left(0+\frac{\pi}{1024}\right)\right)-\frac{\pi}{16}=\frac{193\pi}{50069504}$$