

Задачу можно решить не используя двойной интеграл. Для всех вычислений достаточно только определенного интеграла. Площадь фигуры вычисляем стандартным способом, беря удвоенную площадь под графиками функций $y = \sqrt{4x+4}$ на отрезке $[-1; 0]$ и $y = \sqrt{4-2x}$ на отрезке $[0; 2]$:

$$S = 2 \left(\int_{-1}^0 \sqrt{4x+4} dx + \int_0^2 \sqrt{4-2x} dx \right) =$$

$$= 2 \left(\frac{1}{6}(4x+4)^{3/2} \Big|_{-1}^0 - \frac{1}{3}(4-2x)^{3/2} \Big|_0^2 \right) = 2 \left(\frac{8}{6} + \frac{8}{3} \right) = 8.$$

Момент можно вычислить по формуле

$$M_x = \int_{-1}^2 xl(x)dx,$$

где $l(x)$ – длина отрезка по которому пересекает фигуру прямая $x = \text{const}$. На отрезке $[-1; 0]$ эта длина равна разности значений функций $y = \sqrt{4x+4}$ и $y = -\sqrt{4x+4}$, которые ограничивают фигуру сверху и снизу, т. е. $l(x) = 2\sqrt{4x+4}$. Аналогично, на отрезке $[0; 2]$ фигура ограничена графиками функций $y = \sqrt{4-2x}$ и $y = -\sqrt{4-2x}$ так, что $l(x) = 2\sqrt{4-2x}$. Следовательно,

$$M_x = 2 \left(\int_{-1}^0 x\sqrt{4x+4} dx + \int_0^2 x\sqrt{4-2x} dx \right).$$

Первый интеграл вычисляем подстановкой $\sqrt{4x+4} = t$ ($x = (t^2-4)/4$, $dx = tdt/2$):

$$\int_{-1}^0 x\sqrt{4x+4} dx = \frac{1}{8} \int_0^2 (t^4 - 4t^2) dt = \frac{1}{8} \left(\frac{t^5}{5} - \frac{4t^3}{3} \right) \Big|_0^2 = -\frac{8}{15}.$$

Второй интеграл можно взять подстановкой $\sqrt{4-2x} = t$ ($x = (4-t^2)/2$, $dx = -tdt$):

$$\int_0^2 x\sqrt{4-2x} dx = \frac{1}{2} \int_0^2 (4t^2 - t^4) dt = \frac{1}{2} \left(\frac{4t^3}{3} - \frac{t^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{32}{15}.$$

Таким образом, геометрический момент

$$M_x = 2 \cdot \left(-\frac{8}{15} + \frac{32}{15} \right) = \frac{16}{5},$$

а координата центра тяжести

$$x_c = \frac{M_x}{S} = \frac{16}{5 \cdot 8} = \frac{2}{5}.$$